Система планет – задача многих тел

К пакету моделирующих программ «Движение космических тел»

С помощью моделирующей программы «Система планет» можно исследовать модель Солнечной системы, или создать свою собственную воображаемую планетную систему вместе со звездой, планетами, спутниками планет, кометами, астероидами, и изучить ее движение, происходящее под действием сил взаимного тяготения. Программа дает возможность даже промоделировать гипотетическую ситуацию встречи двух планетных систем и увидеть возможные катастрофические последствия такого «звездного рандеву».

Моделирование движения в программе основано на численном интегрировании дифференциальных уравнений для системы многих тел. При этом принимаются во внимание силы гравитационного взаимодействия между всеми небесными телами. Массы, начальные положения и начальные скорости всех тел могут быть заданы произвольно. Единственное ограничение заключается в том, что в этой программе предусмотрено моделирование только планарных систем, в которых все тела и скорости всех тел лежат в одной плоскости. Это ограничение связано с трудностями визуального восприятия изображений трехмерных систем небесных тел на двумерном плоском экране компьютера.

Моделируемое движение можно отображать либо в «гелиоцентрической» системе отсчета (связанной со звездой), либо в инерциальной системе отсчета, связанной с центром масс всей системы тел, либо в «геоцентрической» (планетоцентрической) системе отсчета, связанной с одной из планет. Движение системы можно также наблюдать на экране в двух системах отсчета одновременно.

Программа позволяет изменять пространственный и временной масштабы, в которых движение тел отображается на экране. Для изменения временного масштаба предусмотрены управляющие элементы (горизонтальные линейки прокрутки) с надписями «Ускорить» и «Замедлить», движки на которых можно перемещать мышью. Пространственный масштаб можно изменять, выбирая в меню программы пункты «Zoom in» и «Zoom out». При этом масштаб изображения каждый раз соответственно увеличивается либо уменьшается на множитель 1,25. Можно также выбрать некоторую область экрана (где происходят наиболее интересные для нас события) и увеличить ее изображение на весь экран. Для этого нужно при помощи мыши выделить прямоугольник на экране (нарисовав его таким же способом, как это делается в популярных графических редакторах, таких, как Microsoft Paint). После освобождения левой кнопки мыши границы прямоугольника автоматически немного изменятся, чтобы его стороны стали пропорциональны соответствующим сторонам окна, в котором отображается движение. После этого можно передвинуть мышью этот прямоугольник в другое положение, чтобы точнее задать область экрана для просмотра в увеличенном масштабе. (Отказаться от сделанного выделения можно щелчком левой кнопки где-либо вне этого прямоугольника.) Чтобы растянуть выделенную область на весь экран, можно либо выбрать «Zoom in» в меню программы, либо просто сделать двойной щелчок мышью внутри выделенного прямоугольника. Если движение отображается сразу в двух окнах (в двух системах отсчета), такой выбор области для увеличенного изображения можно сделать либо в одном из окон, либо независимо в каждом окне.

Когда программа моделирует систему трех и более тел, их движение может быть очень сложным. В процессе эволюции система может придти к конфигурации, которая лишь отдаленно напоминает или даже совсем не напоминает начальную. В общем случае начальное состояние системы никогда не повторяется. Однако эта сложная эволюция системы обратима, поскольку движение консервативной системы симметрично к обращению времени. Программа позволяет при моделировании движения продемонстрировать обратимость во времени эволюции системы. В меню «Условия моделирования» есть пункт «Обращение скоростей» (или пункт «Реверс» в меню, всплывающем при нажатии правой кнопки мыши), при выборе которого программа одновременно обращает направления скоростей всех тел системы. После этого можно наблюдать, как тела движутся в обратном направлении по тем же самым траекториям, и система развивается в направлении своего начального состояния. Если, допустим, начальное состояние характеризуется симметричной конфигурацией, в процессе движения рано или поздно эта симметрия, как правило, утрачивается. Однако наблюдаемая во всех случаях эволюция системы в направлении менее симметричных конфигураций не является внутренним свойством системы: моделирующие эксперименты с обращением скоростей совершенно ясно показывают, что динамические законы движения допускают также и эволюцию в направлении более симметричных конфигураций. Разумеется, подобные случаи эволюционного развития в реальном мире следует трактовать как чрезвычайно редкие и невероятные, потому что они требуют очень специфичных начальных условий.

Обратимость движения во времени нарушается в случаях столкновений тел, потому что программа интерпретирует такие события как абсолютно неупругие удары, в результате которых происходит соединение сталкивающихся тел в одно небесное тело.

Чтобы ввести параметры моделируемой системы, нужно открыть специальную панель, выбрав в меню программы пункт «Ввод данных». На этой панели показано начальное расположение планет и список, в котором приведены значения масс всех планет, расстояний от звезды и скоростей планет для начальной конфигурации. Если Вы собираетесь создать совершенно новую модель, нажмите кнопку «Очистить» (Clear), чтобы удалить все планеты из имеющегося списка. После этого для вновь создаваемой модели нужно ввести массу первой из планет (будем называть ее «Землей»), выраженную в единицах массы звезды, и начальное расстояние планеты от звезды в астрономических единицах, т.е. в единицах среднего расстояния от Земли до Солнца, угловое положение планеты (в градусах), ее начальную скорость (в единицах невозмущенной круговой скорости, т.е. скорости, с которой эта планета двигалась бы вокруг звезды в отсутствие других планет), направление начальной скорости планеты (угол, образуемый вектором скорости с радиусом-вектором планеты), и радиус планеты (в единицах радиуса звезды). Эти параметры можно вводить в соответствующие окна панели ввода в любой последовательности.

Когда введены значения всех параметров данной планеты, нужно нажать кнопку «Добавить», и планета с такими параметрами появится в списке. Затем эта процедура повторяется для второй планеты, третьей и т.д. При добавлении каждой новой планеты к системе, изображение новой конфигурации планет с их невозмущенными теоретическими орбитами появляется в небольшом окне на панели ввода параметров.

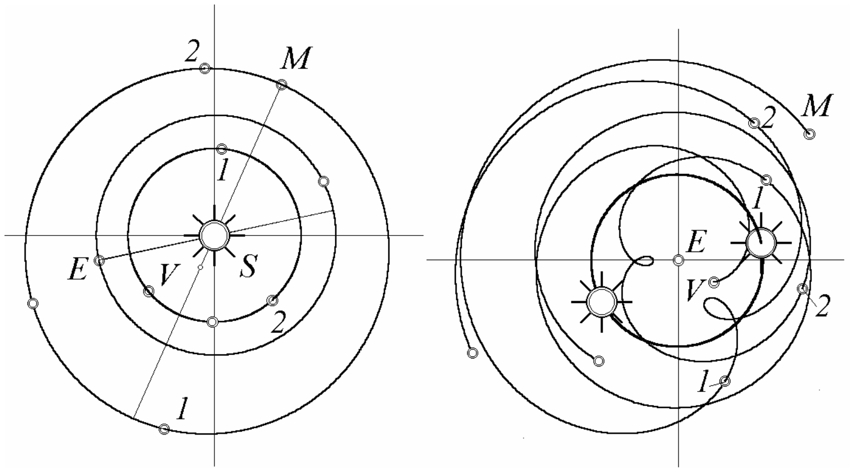
Чтобы выбрать систему отсчета, в которой будет отображаться движение системы, нужно поставить «галочку» в соответствующем боксе. Можно выбрать «гелиоцентрическую» систему отсчета (связанную со звездой), либо инерциальную систему отсчета, в которой центр масс всей системы тел неподвижен, либо «геоцентрическую» систему отсчета, т.е. систему, связанную с одной из планет, а именно, с первой из планет в списке (любую из введенных в список планет можно переместить на первую позицию). Чтобы наблюдать движение сразу в двух системах отсчета, поставьте «галочки» в два бокса. Для перехода к моделированию нажмите кнопку «Ok». Во время моделирования можно переходить от одной системы отсчета к другой с помощью пункта «Системы» в главном меню программы.

Внести изменения в моделируемую систему планет можно с помощью панели «Ввод параметров». Чтобы исключить некоторую планету, достаточно отметить ее в списке и нажать кнопку «Удалить» («Remove»). Добавить к системе новую планету (или несколько планет) можно с помощью описанной выше процедуры. Если Вам нужно модифицировать один или несколько параметров планеты, уже имеющейся в списке, отметьте ее в списке двойным щелчком. Тогда в окнах ввода параметров будут отображаться значения, соответствующие этой планете (когда Вы открываете панель ввода, в окнах отображаются значения параметров, соответствующие первой планете в списке). После ввода новых (модифицированных) значений параметров для данной планеты нужно нажать кнопку «Добавить» («Add»), и планета с новыми параметрами появится в конце списка (добавляемая планета всегда появляется в конце списка). Когда Вы намереваетесь только изменить параметры существующей планеты, а не ввести новую планету в систему, то планету с неизмененными параметрами следует удалить из списка описанным выше способом. И если Вы не внесли изменений в начальное положение планеты, то Вам следует удалить из списка планету с немодифицированными параметрами до того, как Вы нажмете кнопку «Добавить», потому что невозможно поместить две планеты в одну точку пространства.

С помощью пункта меню «Примеры» можно открыть панель, в которой приводится список заранее заготовленных примеров, поставляемых вместе с программой. Кнопки «Основной набор» и «Расширенный набор» позволяют переключаться между двумя наборами примеров. При выборе какого-либо примера из списка, его краткое описание появляется в расположенном ниже окне. Чтобы сразу начать моделирование, сделайте двойной щелчок на выбранном примере. Если Вы хотите предварительно просмотреть параметры системы для выбранного примера, нажмите кнопку «Ok», в результате чего откроется панель ввода параметров со списком планет системы. Начать моделирование можно, нажав кнопку «Ok» на этой панели.

Чтобы создать свой собственный пример (и сохранить его в файле на диске), в панели «Примеры» среди доступных наборов нужно выбрать «Модифицируемый набор». При этом становится доступен пункт «Редактировать» в меню панели примеров. Этот пункт позволяет Вам модифицировать существующие наборы примеров, удаляя из них одни примеры и добавляя новые, либо же создавать новые наборы. Выбирая пункт «Редактировать название и комментарий», можно изменить название и текст описания, не изменяя параметров моделируемой в этом примере системы. Пункты меню «Удалить пример», «Переместить вверх», «Переместить вниз» позволяют организовать набор в соответствии с Вашими потребностями. Чтобы добавить в набор новый пример, нужно прежде всего сконструировать свою планетную систему (с помощью панели «Ввод параметров», как было описано выше), выполнить моделирование и при этом выбрать опции, обеспечивающие оптимальные условия наблюдения моделирования. Затем нужно открыть панель «Примеры» и в меню «Редактирование» выбрать пункт «Создать новый пример». Программа предложит Вам ввести для нового примера название и снабдить его кратким описанием, которое в дальнейшем будет появляться при просмотре созданных Вами наборов примеров. Нажав кнопку «Ok», Вы добавляете новый пример в конец списка. Пункт меню «Переместить вверх» (и «Переместить вниз») позволит Вам поместить пример в должном месте списка. Чтобы сохранить модифицированный или вновь созданный набор примеров, выберите «Сохранить» в меню панели примеров. Программа предложит Вам ввести название для сохраняемого набора примеров (это название будет появляться в дальнейшем, когда Вы будете открывать набор), а также имя файла (и путь для него на диске), в котором будет сохранен набор примеров. Можно создать любое количество наборов. Чтобы впоследствии открыть любой из них, в меню панели «Примеры» нужно выбрать пункт «Открыть примеры» и найти желаемый набор по имени файла, в котором он был сохранен.

Модель Солнечной системы



Орбиты Меркурия и Нептуна (а тем более Плутона) настолько сильно различаются в размерах, что практически невозможно отобразить их в одном масштабе на экране компьютера. Поэтому целесообразно моделировать отдельно планеты земной группы и группы Юпитера. На следующем рисунке показано моделирование трех планет группы Земли – Венеры ***V***, Земли ***E*** и Марса ***M***, обращающихся вокруг Солнца ***S***. В начальный момент моделирования все планеты находятся в перигелиях своих орбит. Цифрами и отмечены положения планет в их орбитальном движении вокруг Солнца через год и через два года соответственно. В эти моменты Земля, конечно, оказывается на прежнем месте – в своем начальном положении ***E***. Кружками без цифр показаны положения планет в конце моделирования (2,5 года).

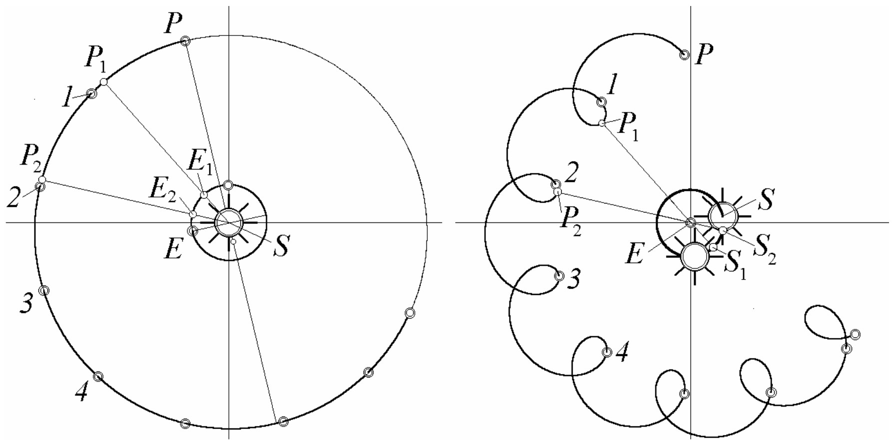
Правая часть рисунка показывает траектории планет (и Солнца) в геоцентрической системе отсчета. В этой системе Солнце описывает замкнутую эллиптическую (почти круговую) орбиту. Для земного наблюдателя Солнце за один год совершает полный путь по эклиптике, перемещаясь против часовой стрелки по зодиакальным созвездиям. Сложные петлеобразные траектории планет в геоцентрической системе отсчета объясняются сложением этого движения Солнца со сравнительно простыми (почти круговыми) обращениями планет вокруг Солнца. Когда планета проходит через вершину маленькой петли, обращенной к Земле, для земного наблюдателя движение планеты на фоне звезд выглядит попятным (ретроградным).

Кинематика планетных движений

Чтобы лучше понять происхождение сложных движений планет, какими они представляются наблюдателю на Земле, здесь мы рассмотрим отдельно движения верхних (внешних) и нижних (внутренних) планет. Следующий рисунок показывает орбиту Юпитера, которая в размере превосходит орбиту Земли в 5,2 раза. Юпитер совершает один оборот по своей орбите на фоне далеких звезд за 11,86 земных лет. Это время называется *сидерическим периодом* планеты. Другими словами, за время одного оборота Юпитера вокруг Солнца Земля совершает 11,86 оборота по своей орбите. В начальный момент моделирования Юпитер и Земля находятся в перигелиях своих орбит (точки ***P*** и ***E*** соответственно). Положения Юпитера на орбите через один (земной) год, два года и т.д. отмечены цифрами ***1***, ***2***, … В эти моменты Земля оказывается в своем начальном положении ***E***.

Когда Юпитер проходит через точку $\boldsymbol{P}_1$, Земля находится в точке $\boldsymbol{E}_1$ на линии, соединяющей Юпитер и Солнце. Такая коллинеарная конфигурация внешней планеты с Землей и Солнцем (планета и Солнце находятся на противоположных сторонах от Земли) называется *противостоянием*. В момент противостояния расстояние от Земли до Юпитера минимально. Поскольку Земля обращается вокруг Солнца быстрее, чем Юпитер (с большей угловой скоростью), для наблюдателя на Земле движение Юпитера на фоне звезд в окрестности противостояния представляется попятным.

Через год после отмеченного противостояния P_1 – E_1 Земля опять возвращается в точку E_1. Но к этому времени Юпитер сдвинулся из точки P_1 вперед по своей орбите. Поэтому следующее противостояние наступает не через год, а через несколько больший промежуток времени, когда Земля снова будет проходить между Солнцем и Юпитером (положения P_2 и E_2 на рисунке).



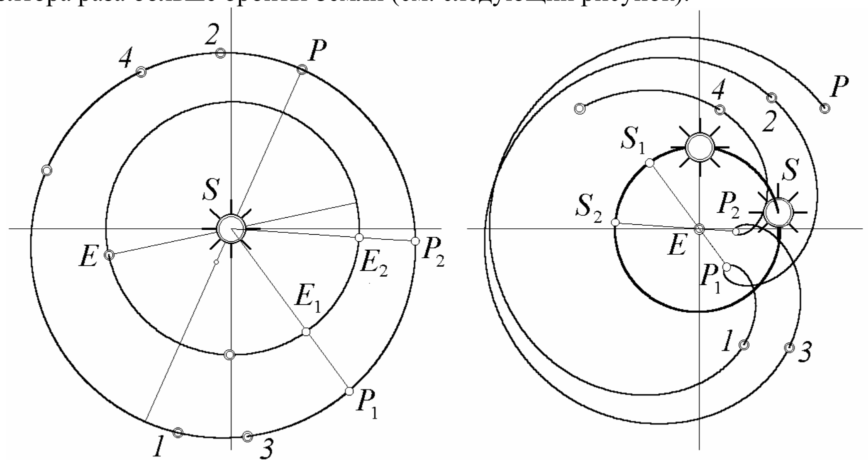
Среднее время S, которое проходит между одним противостоянием Земли с планетой и следующим противостоянием называется *синодическим периодом* планеты. Этот промежуток времени между последовательными противостояниями определяется разностью орбитальных угловых скоростей Земли и планеты. Поэтому для внешней планеты $1/S = 1/E - 1/T$, где T – ее сидерический период, а E – сидерический период Земли (сидерический год, равный 365,257 солнечных суток). Для Юпитера сидерический период S = 398,88 дней. (Тропический год, т.е. промежуток времени между последовательными прохождениями Солнца через точки весеннего равноденствия, примерно на 20 минут короче сидерического года из-за медленного движения точек равноденствия на запад по эклиптике, обусловленного прецессией Земли. Гравитационные силы, действующие со стороны Солнца и Луны на экваториальное «вздутие» Земли, создают момент сил, стремящийся повернуть земную ось. Под действием этого момента земная ось прецессирует (описывает конус) с периодом около 25 800 лет.)

В геоцентрической системе отсчета (правая часть приведенного рисунка) петли на траектории Юпитера возникают как следствие орбитального движения Земли вокруг Солнца, а не отражают движение самого Юпитера. Траектория образует обращенную в сторону Земли петлю каждый раз, когда планеты сближаются в своем гелиоцентрическом движении и выстраиваются вдоль одного радиуса на одной стороне от Солнца. В вершине каждой петли Юпитер находится от Земли в стороне, противоположной Солнцу (отсюда и происходит термин «противостояние»).

Когда Юпитер проходит вдоль большой дуги своей геоцентрической орбиты (на полпути между противостояниями), для наблюдателя на Земле его движение представляется прямым (против часовой стрелки). Посередине дуги Юпитер для земного наблюдателя находится позади Солнца. Коллинеарная конфигурация двух планет с противоположных сторон от Солнца называется *соединением*. В моменты соединений видимое нами прямое движение Юпитера на фоне звезд происходит быстрее всего. Угловая скорость этого видимого с Земли движения Юпитера в большей степени обусловлена орбитальным движением Земли, нежели движением самого Юпитера, хотя собственное движение Юпитера тоже дает вклад в угловую скорость видимого с Земли движения. Тем не менее, видимое с Земли движение Солнца (вызванное орбитальным движением Земли) происходит еще быстрее, потому что Солнце значительно ближе к Земле, нежели Юпитер. Поэтому в моменты соединений кажется, что Солнце обгоняет Юпитер.

Из верхних (внешних) планет, чьи орбиты проходят за пределами орбиты Земли, Марс находится ближе всех. Его орбита всего в полтора раза больше орбиты Земли (см. следующий рисунок).

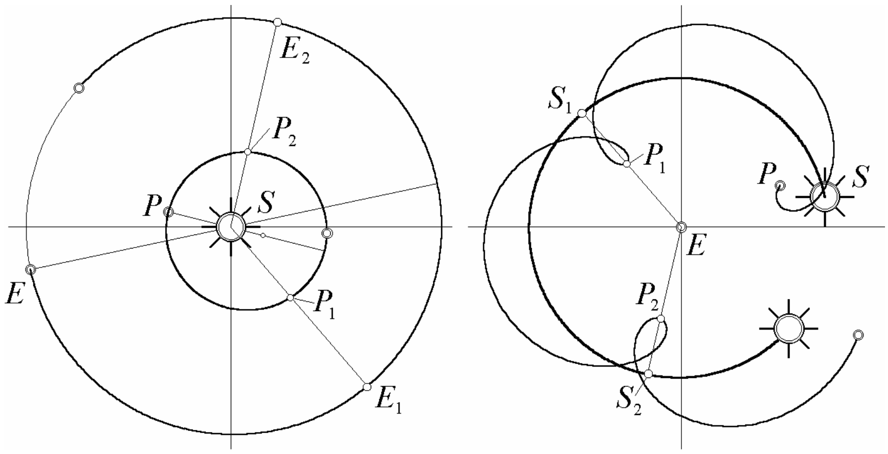
В показанном здесь моделировании Земля и Марс сначала расположены в перигелиях своих орбит (**E** и **P** соответственно). Кружки с номерами ***1***, ***2***, … показывают положения Марса через год, два года и т.д. Первое противостояние происходит более чем через год, когда Марс находится в точке P_1, а Земля – в E_1. Различие угловых скоростей Земли и Марса не столь велико, как в случае Юпитера, так что последовательные противостояния Земли и Марса происходят через промежутки времени, превышающие два года – синодический период Марса равен 780 дням. Сравните это значение с синодическим периодом в 399 дней для медленно



движущегося Юпитера, последовательные противостояния которого с Землей повторяются через промежутки времени, лишь на месяц продолжительнее земного года.

Во время второго противостояния ($\boldsymbol{P}_2 - \boldsymbol{E}_2$) расстояние между планетами P_2E_2 меньше, чем расстояние P_1E_1, потому что орбита Марса обладает сравнительно большим эксцентриситетом. Для наблюдателя на Земле наиболее благоприятные условия для наблюдения Марса складываются во время *великих противостояний*, когда Марс проходит через перигелий своей орбиты и расстояние между орбитами Земли и Марса минимально. Великие противостояния происходят один раз в течение каждых 15 – 17 лет, приблизительно в августе, потому что в августе Земля проходит через точку своей орбиты, ближайшую к орбите Марса. Правая часть рисунка показывает (в несколько уменьшенном масштабе) орбиту Солнца и петлеобразную траекторию Марса в геоцентрической системе отсчета.

Следующий рисунок иллюстрирует кинематику нижних (внутренних) планет. На левой стороне показаны гелиоцентрические орбиты Меркурия и Земли. Моделирование начинается, когда планеты находятся в перигелиях $\boldsymbol{P}$ и $\boldsymbol{E}$ своих орбит. Положения планет в *нижнем соединении* (коллинеарная конфигурация планет и Солнца, в которой нижняя планета находится между Землей и Солнцем) отмечены как $\boldsymbol{P}_1$ и $\boldsymbol{E}_1$. Это уже второе нижнее соединение после начала моделирования; первое произошло почти сразу после начала моделирования. Следующее (третье) нижнее соединение ($\boldsymbol{P}_2 - \boldsymbol{E}_2$) происходит после того, как Земля совершает менее трети своего оборота вокруг Солнца. За это время Меркурий совершает целый оборот и еще треть оборота по своей орбите. Этот синодический период равен 116 суткам.



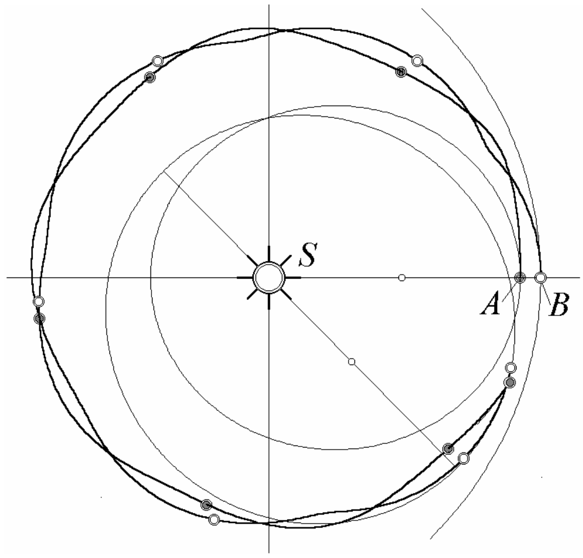
На правой стороне рисунка показаны орбита Солнца и петлеобразная траектория Меркурия в геоцентрической системе отсчета. Для наблюдателя на Земле движение Меркурия среди звезд вблизи его нижних соединений (положения $\boldsymbol{P}_1$ и $\boldsymbol{P}_2$) представляется попятным. В этих соединениях Меркурий проходит через точки $\boldsymbol{P}_1$ и $\boldsymbol{P}_2$, в которых он находится ближе всего к Земле. Эти точки лежат на самом «дне» обращенных к Земле петель его траектории. В нижних соединениях $\boldsymbol{P}_1$ и $\boldsymbol{P}_2$ Меркурий находится на одной линии между Землей и Солнцем: в эти моменты Солнце проходит через положения $\boldsymbol{S}_1$ и $\boldsymbol{S}_2$ соответственно.

В промежутке между нижними соединениями видимое с Земли движение Меркурия вдоль большой выпуклой петли его геоцентрической траектории представляется прямым (против часовой стрелки). Приблизительно в середине этой дуги Меркурий снова оказывается на одной прямой с Землей и Солнцем, но в этот раз позади Солнца (по другую, чем Земля, сторону от Солнца). Такое расположение называется *верхним соединением*. В моменты верхних соединений видимое движение Меркурия среди звезд происходит наиболее быстро, так как здесь в это движение дают вклад (одного знака) и его собственное орбитальное движение вокруг Солнца, и кажущееся движение Солнца вокруг Земли.

Гипотетические планетные системы

Вокруг многих планет Солнечной системы обращаются естественные спутники – луны. Несмотря на то, что некоторые из спутников по своим размерам столь же велики, как и планеты (например, наш естественный спутник – Луна), довольно трудно наблюдать моделирование реальной планеты со спутником с помощью компьютерной программы, потому что обычно расстояние от планеты до спутника много меньше расстояния от планеты до Солнца. Компьютерный экран слишком мал для отображения орбит планеты и спутника в одном масштабе. Поэтому в предлагаемых моделирующих экспериментах мы выбираем преувеличенные расстояния между планетами и их лунами. В таких случаях орбитальное движение спутника гораздо сильнее возмущается Солнцем и другими планетами, нежели для реально существующих спутников планет Солнечной системы.

Можно также промоделировать движение двойной планеты вокруг звезды, т.е. системы двух гравитационно связанных тел типа Земля – Луна, в которой массы компонент сопоставимы или даже одинаковы. Следующий рисунок показывает сложные переплетающиеся траектории, по которым движутся компоненты такой двойной планеты в системе отсчета, связанной со звездой. Тонкими линиями показаны эллипсы, по которым каждая из компонент двойной планеты двигалась бы вокруг звезды в отсутствие силы притяжения со стороны второй компоненты.



Наша Солнечная система – это сравнительно спокойное место во Вселенной. Серьезные космические катастрофы, вызванные разрушительными столкновениями небесных тел, происходили лишь на ранних стадиях ее эволюции. Многочисленные кратеры на поверхности Луны и Меркурия – свидетели событий далекого прошлого в истории Солнечной системы. Эти следы древних столкновений и бомбардировок меньшими небесными телами хорошо сохранились до наших дней на небольших планетах и лунах (естественных спутниках больших планет) благодаря тому, что на таких планетах нет атмосферы, и потому их поверхность не подвержена атмосферной эрозии. В нашу эпоху такие масштабные события как крупные метеориты или новые кометы, чьи гигантские хвосты грозили бы покрыть Землю или другие планеты, редко случаются в Солнечной системе.

Программа «Система планет» позволяет нам сконструировать произвольное собрание небесных тел и тем самым воспроизвести некоторые события, типичные для «молодой» системы планет во времена ее ранней эволюции. Например, можно показать, что две планеты на соседних (близких или пересекающихся) орбитах не могут существовать в течение продолжительного времени. Раньше или позже они окажутся в опасной близости и либо произойдет их столкновение, либо их орбиты испытают столь сильные возмущения, что одна из планет может оказаться выброшенной из системы. Когда в моделируемой системе два небесных тела приходят в непосредственное соприкосновение, программа интерпретирует это событие как абсолютно неупругое столкновение. Это значит, что два пришедших в контакт тела соединяются в одно тело, масса которого равна сумме масс столкнувшихся тел, а его скорость сразу после столкновения определяется законом сохранения импульса.

Конструируя систему планет по собственному усмотрению, мы можем дать большой простор воображению. Затем мы можем испытать построенную систему в моделирующем эксперименте и выяснить, будет ли система двигаться устойчиво в течение продолжительного времени, или же она будет эволюционировать и видоизменяться путем небесных катастроф и взаимных столкновений входящих в нее тел с образованием новых планет, превращаясь в нечто совсем не похожее на то, что было в начале. В частности, можно проследить и изучить экспериментально процесс формирования крупных тел (планет) в результате аккумулирования вещества при многочисленных столкновениях с малыми небесными телами. Множество гипотетических систем, демонстрирующих порой довольно неожиданное поведение, можно найти среди заранее заготовленных примеров, список которых можно открыть с помощью пункта «Примеры» в главном меню программы.

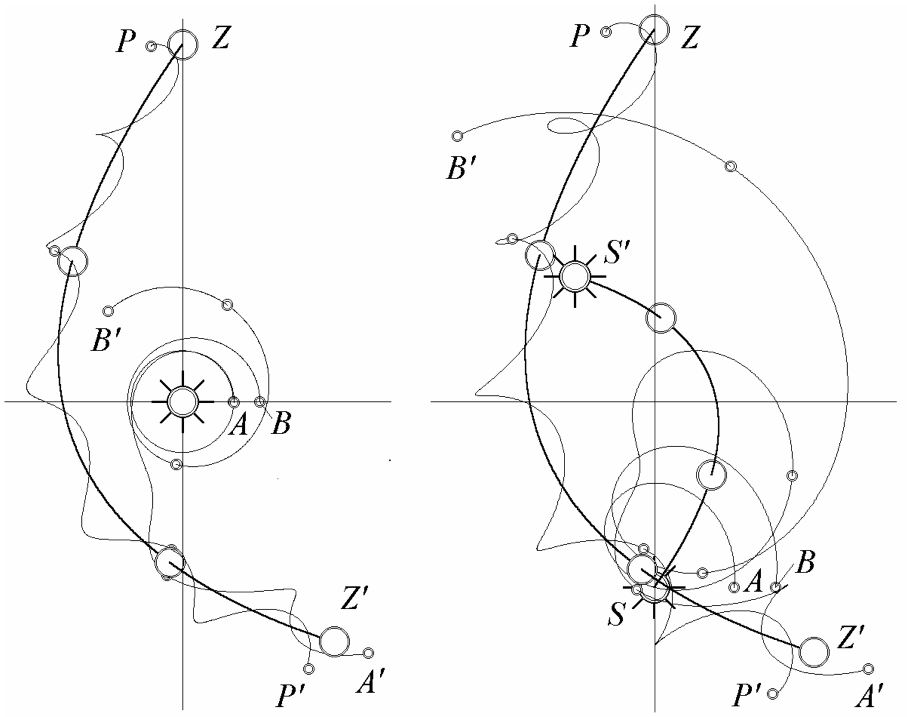
Звезды на небе представляются нам неподвижными. Однако тщательные измерения показывают, что относительные положения так называемых «неподвижных» звезд на самом деле медленно изменяются. Эти изменения доказывают, что звезды перемещаются в направлениях, перпендикулярных лучу зрения. Такие движения трудно заметить лишь из-за огромных расстояний до звезд (и между звездами). Если известно расстояние до звезды, по измеренному угловому перемещению можно рассчитать тангенциальную проекцию скорости звезды. С другой стороны, движение звезды вдоль луча зрения обнаруживает себя в сдвиге частоты спектральных линий ее излучения (эффект Доплера). Наблюдаемые радиальные и тангенциальные скорости звезд частично обусловлены собственными движениями звезд, и частично – движением Солнца по отношению к окружающим звездам.

Солнце находится на периферии Галактики, где звезды расположены на сравнительно больших расстояниях одна от другой. В обозримом будущем не предвидится встречи Солнца с какой-либо звездой. Но где-то ближе к центру Галактики концентрация звезд значительно выше, и события типа парных встреч звезд представляются весьма вероятными. Взаимное тяготение сообщает звездам ускорения и вызывает отклонения от прямолинейных траекторий. При сближении двух звезд их центры описывают открытые гиперболические орбиты. После такого небесного рандеву звезды расходятся и удаляются одна от другой по асимптотам соответствующих гипербол.

Программа «Система планет» позволяет воспроизвести подобное звездное рандеву. Такая космическая встреча может быть особенно интересной в тех случаях, когда звезды обладают собственными планетными системами. Гравитационные возмущения со стороны проходящей поблизости другой звезды могут привести к катастрофическим изменениям в планетной системе. На следующем рисунке воспроизведен возможный сценарий встречи двух звезд с планетными системами.

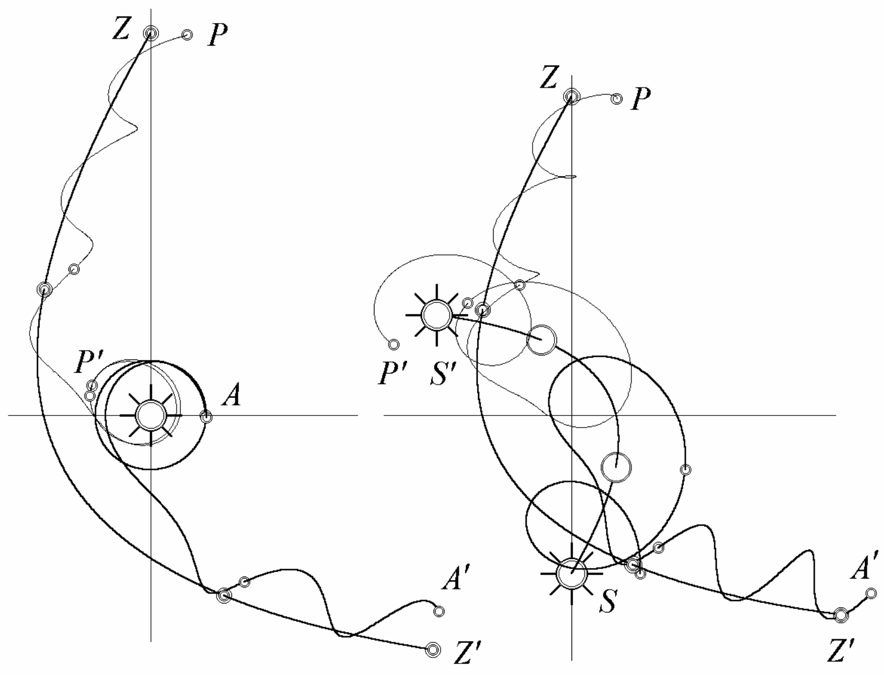
Массы звезд ***S*** и ***Z*** отличаются вдвое. Первоначально вокруг звезды ***S*** обращаются (против часовой стрелки) почти по круговым орбитам две планеты ***A*** и ***B***, и одна планета ***P*** обращается (также против часовой стрелки) вокруг звезды-«пришельца» ***Z***.

Влияние планет на движение звезд пренебрежимо мало, потому что массы планет малы по сравнению с массами звезд. Это значит, что при встрече звезды описывают почти гиперболические траектории (в инерциальной системе отсчета, связанной с общим центром масс). Отрезки этих гипербол (с общим фокусом в начале координат) показаны на правой стороне приведенного здесь рисунка.

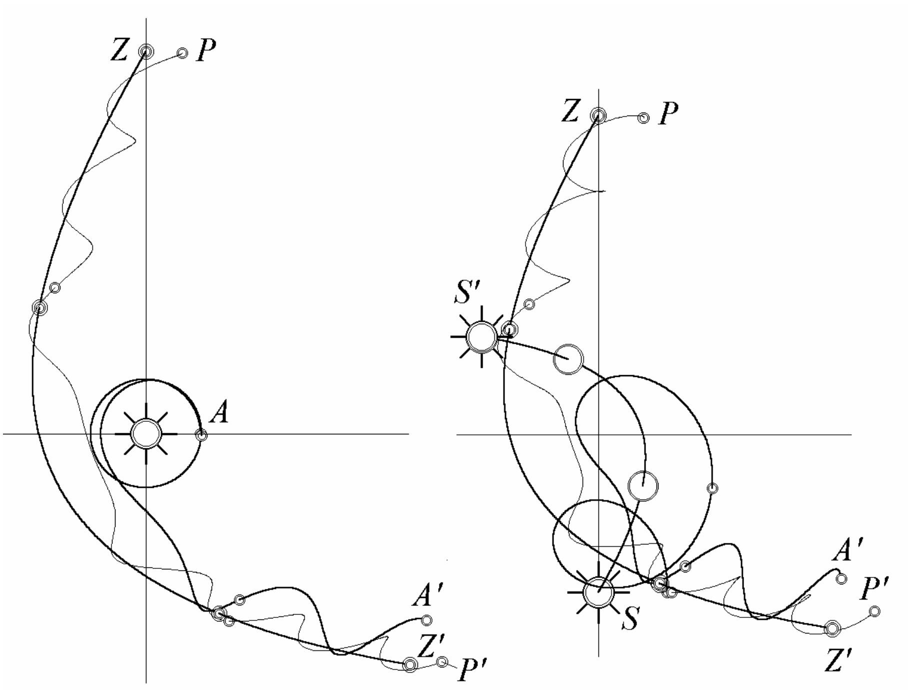


Левая сторона этого же рисунка соответствует системе отсчета, связанной со звездой ***S***. По мере приближения вторгающейся звезды ***Z*** к ***S*** обе планеты, обращающиеся вокруг ***S***, испытывают со стороны ***Z*** все более сильные гравитационные возмущения. Орбита верхней планеты ***B***, первоначально почти круговая, трансформируется в вытянутый эллипс. В момент сближения звезд конфигурация планет такова, что влияние «пришельца» на нижнюю планету ***A*** оказывается еще более значительным: вторгающаяся звезда ***Z*** захватывает планету ***A*** к себе на орбиту. Когда звезды расходятся после встречи, захваченная планета ***A*** обращается вокруг ***Z***, так что сразу две планеты (новая ***A*** и старая ***P***) обращаются вокруг ***Z***. Хотя планета ***B*** продолжает обращаться вокруг своего прежнего «хозяина» ***S***, ее орбита очень сильно отличается от первоначальной. Правая часть рисунка показывает траектории всех тел в инерциальной системе отсчета (системе отсчета центра масс), в которой звезды движутся по геометрически подобным гиперболам с общим фокусом в центре масс. Кружками отмечены положения всех тел через одинаковые промежутки времени. Буквы со штрихами отмечают положения тел в конце моделирования.

Судьба встречающихся планетных систем очень чувствительна к (малым) изменениям начальных условий. На следующем рисунке показан аналогичный предыдущему пример встречи двух звезд, вокруг каждой из которых до встречи обращается по одной планете. В результате встречи звезды обмениваются планетами. Сравним эту картину со следующем рисунком (стр. 8), где показаны те же самые планетные системы, но на этот раз планета ***P*** обращается вокруг ***Z*** по слегка отличающейся орбите. Начальная орбита планеты ***A*** (спутника звезды ***S***), как и все остальные параметры системы, оставлены без изменения). На этот раз вторгающаяся звезда ***Z*** сохраняет свою планету ***P*** и захватывает планету ***A***. Таким образом, когда звезды расходятся, обе планеты обращаются вокруг звезды ***Z***.



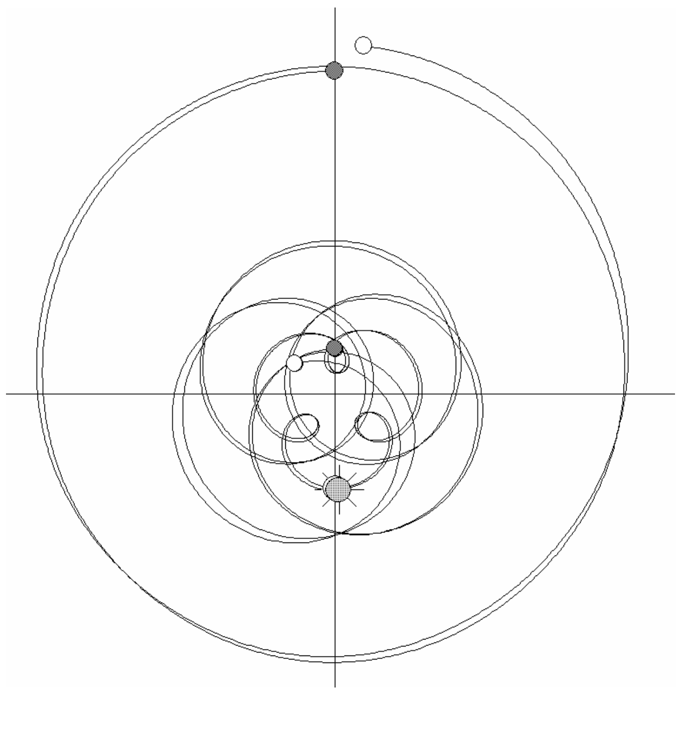
Кратные звезды



Кратная звезда – это система двух или большего числа звезд, связанных гравитационно так, что они совершают совместные орбитальные движения. Кратные звезды, состоящие из трех или четырех звезд, встречаются в нашей Галактике почти так же часто, как и двойные звезды, компоненты которых движутся одна вокруг другой (и вокруг центра масс) по кеплеровым эллипсам. По оценкам астрономов, около половины всех видимых на небе звезд принадлежат к двойным, тройным и вообще кратным системам.

В наиболее типичных тройных звездах две компоненты обычно образуют тесную бинарную систему (двойную звезду), обращаясь одна вокруг другой на сравнительно небольшом расстоянии, а третья звезда обращается вокруг тесной пары по орбите значительно большего размера. Гравитационное действие тесной пары на удаленного третьего компаньона в основном такое же, каким было бы действие единственной массы. Третье (внешнее) тело находится так далеко, что его гравитационное поле (точнее, неоднородность гравитационного поля) не в состоянии повлиять сколько-нибудь значительно на устойчивое относительное движение партнеров внутренней тесной пары. Двойные звезды, вокруг которых на большом расстоянии обращается еще и третья звезда, по оценкам могут составлять до 25 процентов общего их числа.

Программа «Система планет» позволяет промоделировать движение компонент кратной звезды. Чтобы сделать это, мы можем рассматривать «Солнце» как одну из компонент (наиболее массивную) кратной звезды, а «планеты», массы которых могут быть заданы столь же большими, как и масса звезды – в качестве других компонент кратной звезды.

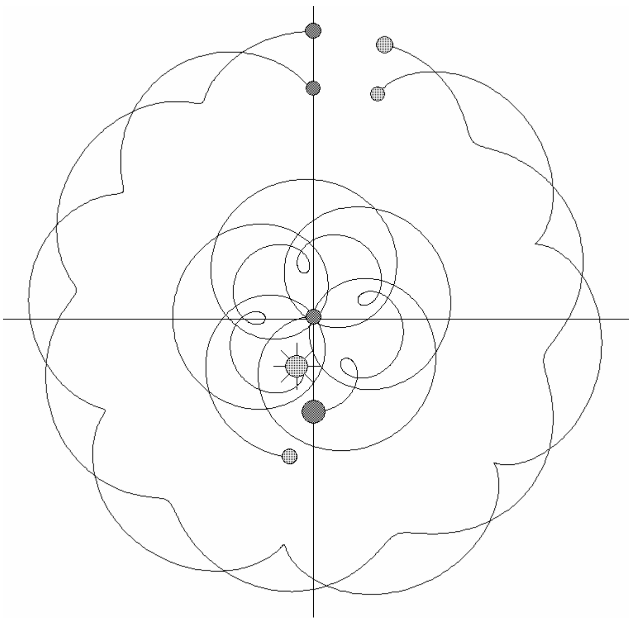


На приведенном здесь рисунке показаны возможные траектории звезд в системе тройной звезды, описываемые в инерциальной системе центра масс. В начале моделирования все три звезды лежат на одной прямой (вертикальной на рисунке). Третья (удаленная) звезда делает один оборот по почти круговой орбите вокруг тесной пары за время приблизительно четырех взаимных оборотов входящих в нее звезд.

Четверные звездные системы, образованные двумя тесными парами, обращающимися одна вокруг другой на сравнительно большом расстоянии, тоже широко распространены, хотя и встречаются не так часто, как тройные системы.

Звезда эпсилон созвездия Лиры дает хороший пример четверной системы. Все компоненты эпсилон Лиры, как у большинства (если не у всех) кратных систем, движутся в одной плоскости. Астрономы предполагают, что устойчивые конфигурации кратных звезд возможны только для планарных систем, подобных эпсилон Лиры, но это утверждение не доказано окончательно.

Приводимый здесь рисунок иллюстрирует моделирование движения компонент четверной звезды с помощью программы «Система планет». Внешняя (верхняя) пара взаимно обращающихся звезд движется как целое по сравнительно большой орбите под совместным действием гравитационного притяжения внутренней тесной пары.



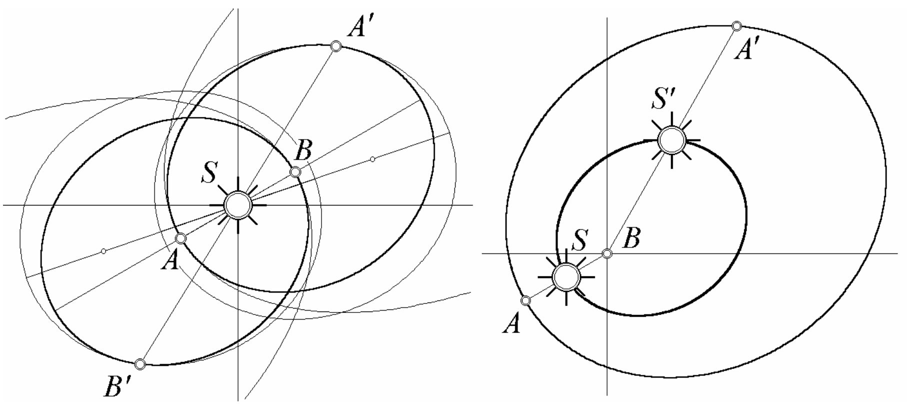
Системы из пяти и более звезд встречаются, по-видимому, гораздо реже, чем системы из четырех и менее звезд. Одна из наиболее знаменитых и наиболее сложных кратных звезд – это Кастор, самая яркая звезда в созвездии Близнецов. В системе Кастора шесть звезд обращаются вокруг общего центра масс: две тесные бинарные системы образуют четверную звезду, а третья пара, состоящая из остывших красных карликов, совместно движется как целое вокруг внутренней четверной системы на значительно большем удалении. Сложные системы типа Кастора составляют лишь от 0,1 до 1 процента известных кратных звезд.

Точные решения задачи многих тел

Программа «Система планет» позволяет выполнить моделирование интересных примеров точных частных решений задачи трех и многих тел. Хотя эти решения едва ли могут иметь какое-либо практическое значение, само их существование в принципе представляет несомненный интерес и заслуживает подробного обсуждения. Ниже рассмотрено несколько примеров таких точных решений.

Звезда с двумя одинаковыми планетами

На приведенном ниже рисунке показано возможное простое симметричное движение системы, состоящей из звезды с двумя планетами одинаковой (сколь угодно большой) массы. В начальный момент планеты $\boldsymbol{A}$ и $\boldsymbol{B}$ расположены на одинаковых расстояниях от звезды $\boldsymbol{S}$ на одной прямой со звездой с противоположных сторон от нее (см. левую часть рисунка). Если при этом скорости планет (в гелиоцентрической системе отсчета или системе центра масс) равны и направлены в противоположные стороны, то, как легко видеть, симметричное взаимное расположение всех трех тел такой гипотетической планетной системы будет сохраняться и при последующем движении, которое будет весьма простым и регулярным.



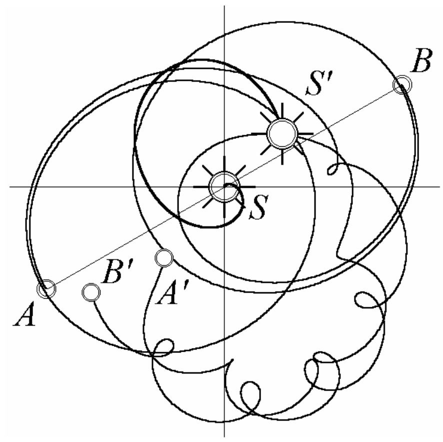
В системе отсчета центра масс звезда неподвижна, а планеты $\boldsymbol{A}$ и $\boldsymbol{B}$ описывают замкнутые орбиты, которые представляют собой конгруэнтные эллипсы с общим фокусом в центре звезды. В любой момент планеты находятся на противоположных концах прямолинейного отрезка, проходящего через центр звезды, а их скорости равны и противоположны. Планеты одновременно проходят через перигелии своих орбит, где их скорости максимальны. Также одновременно они проходят через афелии орбит, где их скорость минимальна. После одного оборота каждой из планет начальная конфигурация системы в точности воспроизводится, поэтому движение системы периодично. Поскольку звезда неподвижна, движения планет совершенно одинаковы как с точки зрения системы отсчета центра масс, так и гелиоцентрической.

Невозмущенные орбиты, по которым каждая из планет двигалась бы в отсутствие другой (относительно центра масс) только под действием силы гравитационного притяжения звездой, показаны тонкими линиями в левой части рисунка. Эти оскулирующие орбиты, касающиеся действительных эллиптических орбит планет, показаны для перигелиев $\boldsymbol{A}$ и $\boldsymbol{B}$ и для точек $\boldsymbol{A'}$ и $\boldsymbol{B'}$, расположенных недалеко от афелиев.

Правая часть рисунка показывает (в несколько меньшем масштабе) траектории Солнца ***S*** и планеты ***A*** в системе отсчета, связанной с планетой ***B***.

Такое простое поведение данной системы трех тел нетрудно объяснить. В этой симметричной конфигурации силы тяготения, действующие на звезду со стороны планет, равны и противоположны, так что звезда находится в состоянии равновесия и может покоиться в инерциальной системе отсчета при произвольно больших массах планет до тех пор, пока симметричная конфигурация не будет нарушена. Силы тяготения, действующие на каждую из планет со стороны звезды и второй планеты направлены к центру звезды, поскольку вторая планета лежит на той же прямой, что и звезда. Поэтому результирующая сила, действующая на каждую из планет, является центральной.

Легко показать, что величина этой силы обратно пропорциональна квадрату расстояния планеты от центра звезды. Поэтому можно считать, что в симметричной конфигурации любая из планет движется в *статическом* ньютоновском центральном поле тяготения, неподвижный источник которого (силовой центр) совпадает с центром звезды, несмотря на то, что одно из небесных тел, создающих это поле (а именно вторая планета) находится в движении. Эффективная масса M_{eff} этого неподвижного источника несколько больше, чем масса звезды, благодаря дополнительному гравитационному притяжению со стороны второй планеты ($M_{\text{eff}} = M + m/4$, где M – масса звезды, m – масса любой из планет). В этом эффективном гравитационном поле планета движется по кеплерову эллипсу. Вторая планета движется в точно таком же эффективном поле и синхронно с первой описывает конгруэнтный эллипс. Рассматриваемая система иллюстрирует частный случай одного из лагранжевых точных решений задачи трех тел, когда звезда S находится во внутренней коллинеарной точке либрации двух тел ***A*** и ***B***.



Симметричная конфигурация системы сохраняется при движении тел лишь при условии, что начальные скорости планет относительно звезды в точности равны по модулю и противоположно направлены. Если же это условие не выполнено, или начальные расстояния планет от звезды не точно равны, или три тела не лежат точно на одной прямой, траектории планет рано или поздно начнут отклоняться от кеплеровых эллипсов, и эти отклонения будут прогрессивно нарастать. Это значит, что периодическое движение системы, описываемое рассмотренным частным решением задачи трех тел, неустойчиво.

Через некоторое время движение системы становится нерегулярным и очень сложным. Следующий рисунок иллюстрирует неустойчивость для случая, когда начальные расстояния планет ***A*** и ***B*** от звезды ***S*** слегка отличаются. Эти сложные траектории после нескольких взаимных оборотов тел изменятся до неузнаваемости, если перед моделированием внести казалось бы самые ничтожные изменения в начальные условия.

Аналогичные точные решения существуют для систем нескольких одинаковых тел, образующих симметричную конфигурацию вокруг центрального тела (см. «Хоровод» одинаковых «планет»).

«Хоровод» одинаковых «планет»

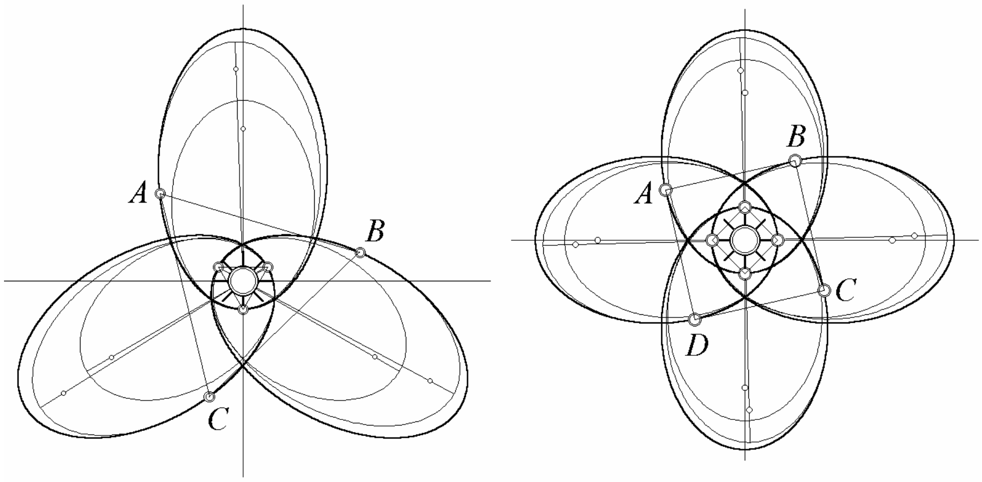
Периодические точные решения, в которых тела описывают кеплеровы орбиты, существуют для систем из нескольких тел одинаковой массы, симметрично окружающих центральное тело. Частный случай симметричной конфигурации двух идентичных планет, обращающихся вокруг звезды на одинаковых расстояниях от нее с противоположных сторон, рассмотрен в предыдущем разделе «Звезда с двумя одинаковыми планетами». Здесь мы рассмотрим систему произвольного числа тел.

Допустим, что n тел равных масс («планеты») расположены во всех n вершинах правильного (равностороннего) многоугольника, а еще одно тело произвольной массы («звезда», масса которой может отличаться от масс планет) расположено в центре этого многоугольника. В такой симметричной конфигурации центральное тело находится в равновесии под действием сил тяготения всех остальных тел, как это немедленно следует из симметрии системы. Из симметрии ясно также, что результирующая гравитационная сила, приложенная к любой из «планет» со стороны центрального тела и всех остальных тел, также направлена к центру многоугольника. Можно показать, что величина результирующей силы обратно пропорциональна квадрату расстояния от центра (или, что то же самое, квадрату линейных размеров многоугольника, например, квадрату длины его сторон).

Поэтому при условии сохранения симметрии начальной конфигурации возможно такое движение, когда все «планеты» синхронно описывают конгруэнтные кеплеровы эллипсы. Для этого необходимо, чтобы в начальной симметричной конфигурации начальные скорости всех «планет» были равны по модулю и направлены под одинаковыми углами к соответствующим радиусам-векторам планет.

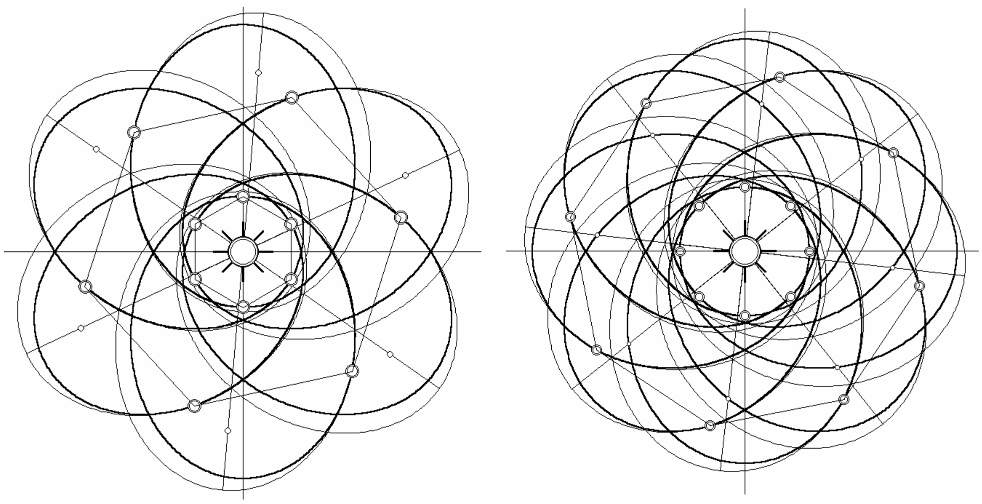
В частности, «планеты» могут равномерно двигаться по одной и той же окружности, описанной вокруг многоугольника. В этом случае многоугольник с планетами в его вершинах равномерно вращается вокруг своего центра. Чтобы получить такое движение при моделировании, нужно всем «планетам» сообщить равные по модулю начальные скорости, перпендикулярные их радиусам-векторам, а величина скорости должна иметь вполне определенное значение, зависящее от заданных расстояний и масс тел.

При произвольно выбранной величине скорости (и при направлении скоростей под иным углом) траектории будут эллиптическими. В случае эллиптических траекторий «планет» образованный планетами правильный многоугольник будет вращаться неравномерно (его угловая скорость максимальна в моменты одновременного прохождения всех «планет» через перигелии своих орбит), а длины его сторон при этом будут периодически изменяться. При достаточно большой начальной скорости возможно симметричное «разбегание» планет на бесконечно большие расстояния по параболическим или гиперболическим траекториям (или радиальным прямым, если начальные скорости направить вдоль радиусов-векторов планет).



На приведенном рисунке показаны примеры таких точных решений для систем трех (слева) и четырех «планет» (справа). Тонкими линиями показаны невозмущенные орбиты, по которым (в системе отсчета центра масс) двигалась бы каждая из «планет» в отсутствие других «планет» только под действием силы тяготения, действующей на нее со стороны «звезды». Эти оскулирующие орбиты показаны для перигелиев истинных орбит и для моментов, когда «планеты» проходят через точки, помеченные маленькими кружками.

Движения шести и восьми «планет» в симметричных равносторонних конфигурациях, описываемые аналогичными точными решениями задачи многих тел, показаны на следующем рисунке. В этих случаях система отсчета центра масс совпадает с «гелиоцентрической» и потому истинные орбиты (показанные жирными линиями) в этих системах отсчета одинаковы. Но оскулирующие орбиты для системы центра масс и гелиоцентрической различаются. На предыдущем рисунке оскулирующие эллипсы соответствовали системе центра масс и потому проходили внутри действительных траекторий. Здесь же невозмущенные эллипсы соответствуют «гелиоцентрической» системе отсчета, и лежат вне действительных траекторий.

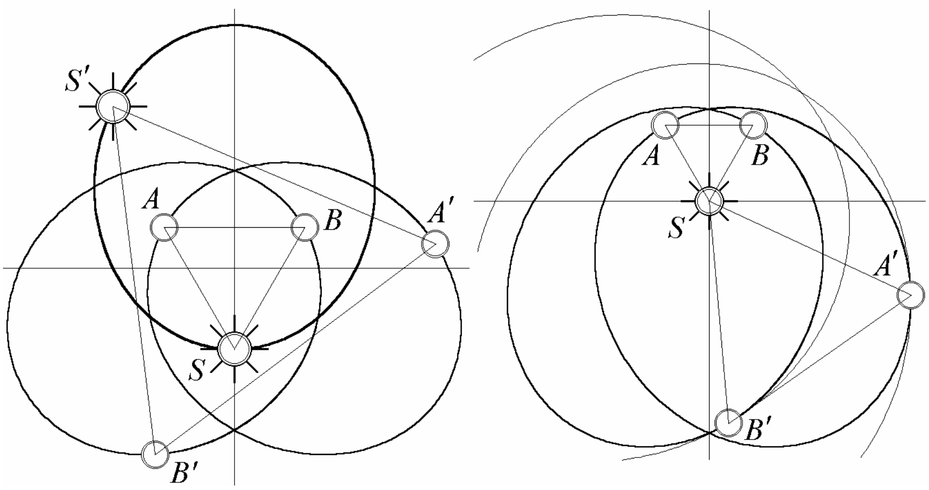


Равносторонние конфигурации трех тел произвольных масс

Напомним, что в рассмотренных в предыдущем разделе (см. «Хоровод» одинаковых «планет») точных частных решениях задачи многих тел масса центрального тела могла иметь любое значение, в том числе и нулевое. Это значит, что система n тел одинаковой массы, расположенных в вершинах правильного n-угольника, может совершать красивый «хоровод» даже в отсутствие центрального тела, только под действием сил взаимного притяжения между одинаковыми телами.

В частности, три тела одинаковой массы в равносторонней конфигурации могут синхронно описывать конгруэнтные эллипсы, большие оси которых образуют углы по 120 градусов одна с другой. Чтобы осуществить моделирование такого движения с помощью программы «Система планет», нужно ввести две «планеты», которые в начальной конфигурации образуют со звездой равносторонний треугольник, и задать массы этих планет равными массе звезды. Гелиоцентрические начальные скорости планет должны быть равны по модулю и образовывать равные углы с радиусами-векторами планет.

На следующем рисунке показаны орбиты трех тел $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ и $\boldsymbol{S}$ равных масс в системе отсчета центра масс (левая часть) и в «гелиоцентрической» системе отсчета, связанной с телом $\boldsymbol{S}$ (правая часть, где масштаб изображения несколько меньше). Тонкие линии, касающиеся действительных траекторий тел, показывают части «невозмущенных» гелиоцентрических орбит, по которым двигалось бы каждое из тел $\boldsymbol{A}$ и $\boldsymbol{B}$ в отдельности при отсутствии второго тела, т.е. только под действием гравитационного притяжения «звезды» $\boldsymbol{S}$. Эти оскулирующие орбиты построены для момента времени, когда тела проходят через точки $\boldsymbol{A}'$ и $\boldsymbol{B}'$.



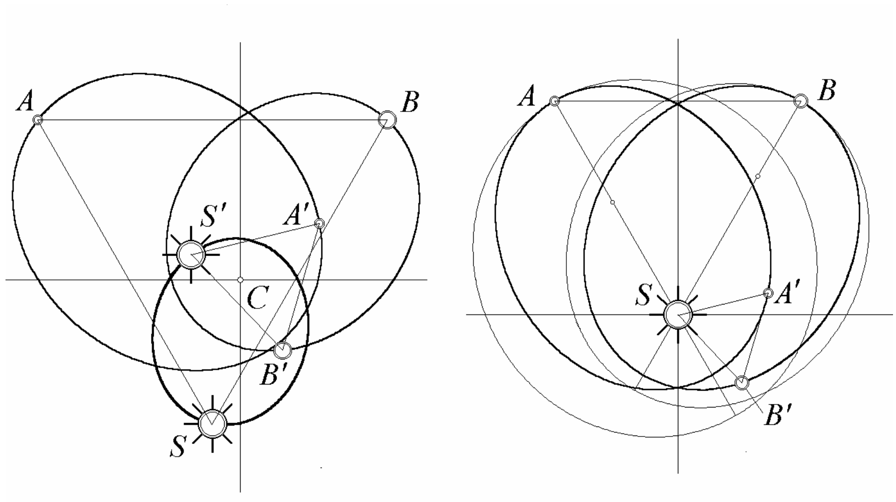
В частном случае все три эллиптические орбиты трех тел, движущихся в равносторонней конфигурации, могут слиться в одну окружность. В этом случае длины сторон треугольника, образованного телами, во время движения остаются неизменными, и весь треугольник равномерно вращается как целое вокруг своего центра. Чтобы при моделировании получить круговые движения, нужно начальные скорости тел в «гелиоцентрической» системе отсчета направить перпендикулярно радиусам-векторам «планет» и задать вполне определенное значение модуля скорости.

Как уже отмечалось, в симметричной конфигурации в виде правильного многоугольника без центрального тела «хоровод» с синхронным движением по конгруэнтным эллипсам может совершаться произвольным числом одинаковых тел. Действительно, нетрудно показать, что в такой конфигурации полная гравитационная сила, приложенная к каждому из тел со стороны всех остальных, направлена к центру многоугольника и обратно пропорциональна квадрату расстояния от центра. Другими словами, в симметричной многоугольной конфигурации любое из тел движется так, как если бы на него действовало центральное поле тяготения, создаваемое единственным неподвижным источником, расположенным в центре системы. В частном случае такие эллиптические орбиты тел могут слиться в одну окружность, описанную вокруг образованного телами многоугольника.

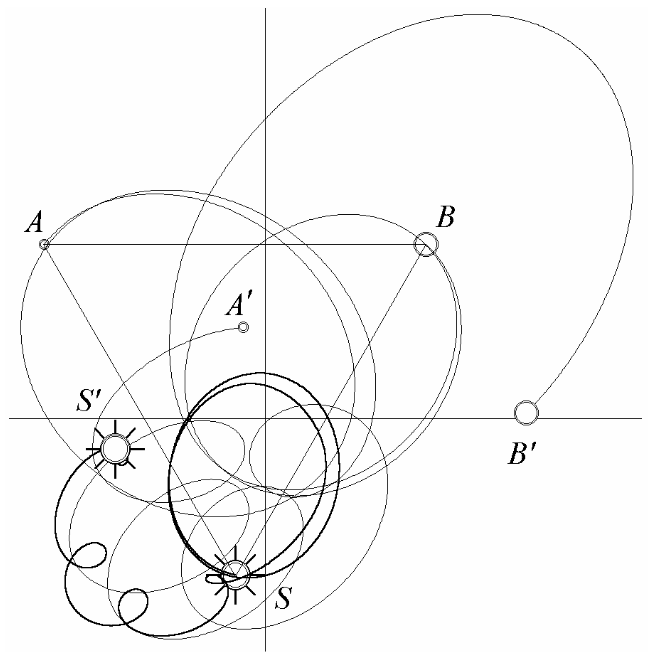
Равносторонняя конфигурация *трех тел* представляет особый интерес, потому что она может сохраняться во время движения даже в том случае, когда массы всех тел различны. Можно показать (подробности можно найти в статье *Regular Keplerian Motions in Classical Many-Body Systems*, European Journal of Physics, v. **21**, № 5, September 2000, pp. 465 – 482), что полная гравитационная сила, приложенная к каждому из тел со стороны двух других тел системы, в равносторонней конфигурации направлена к центру масс системы и обратно пропорциональна квадрату расстояния от этого тела до центра масс. Поэтому начальная равносторонняя конфигурация системы будет сохраняться во время движения при условии, что начальные скорости тел имеют должные значения.

Другими словами, можно считать, что в равносторонней конфигурации системы трех тел, связанных взаимными силами тяготения, каждое из тел движется не под действием сил, действующих на него со стороны двух других движущихся тел, а в статическом центральном гравитационном поле, неподвижный источник которого расположен в центре масс системы, несмотря на то, что это поле создается движущимися телами. Действующая на тела центральная сила обратно пропорциональна квадрату расстояния тела от силового центра, поэтому тела могут описывать синхронно геометрически подобные эллиптические (либо параболические или гиперболические) кеплеровы орбиты с общим фокусом в центре масс системы. Линейные размеры орбит пропорциональны расстояниям тел от центра масс.

Для моделирования такого движения мы задаем равностороннюю конфигурацию тел и вводим для каждого из них определенные значения начальных скоростей. Пример такого простого периодического движения показан на следующем рисунке (массы тел ***A*** и ***B*** равны соответственно 0,3 и 0,6 массы тела ***S***). Относительно инерциальной системы отсчета, связанной с центром масс системы (левая часть рисунка), тела описывают геометрически подобные эллипсы разных размеров и ориентаций.



Относительно «гелиоцентрической» системы отсчета, связанной с телом ***S*** наибольшей массы (правая часть рисунка), тела ***A*** и ***B*** описывают конгруэнтные эллипсы, показанные жирными линиями. Большие оси этих эллипсов образуют угол 60 градусов. Тонкими линиями показаны (неравные) гелиоцентрические оскулирующие орбиты, по которым двигалось бы каждое из тел ***A*** и ***B*** вокруг тела ***S*** в отсутствие второго тела. Оскулирующие эллипсы показаны для момента, когда тела ***A*** и ***B*** проходят через афелии своих орбит.



Рассмотренное регулярное периодическое движение, описываемое точным частным решением задачи трех тел, неустойчиво по отношению к малым отклонениям в начальных условиях. Эту неустойчивость легко продемонстрировать в моделирующем эксперименте (см. рисунок). Если внести ничтожные изменения либо в начальные расстояния между телами, либо в величину или направление начальной скорости хотя бы одного из тел, через некоторое время после начала моделирования мы увидим разрушение равносторонней конфигурации тел и переход начального регулярного движения в сложное хаотическое взаимное обращение тел по запутанным траекториям.