Комментарии к лекциям по физике

Тема: Пространство и время. Кинематика материальной точки

Содержание

Измерения промежутков времени и пространственных расстояний. Современные эталоны времени и длины. Система отсчета. Системы координат. Свойства пространства и времени. Однородность времени. Однородность и изотропность пространства. Классические (нерелятивистские) представления о пространстве и времени — предположения об абсолютном характере одновременности событий, промежутков времени и пространственных расстояний. Соотношение евклидовой геометрии и геометрии реального физического пространства.

Предмет кинематики. Материальная точка как физическая модель. Механическое движение и его описание. Основные понятия кинематики материальной точки. Радиус-вектор. Перемещение. Траектория. Путь. Средняя скорость. Скорость. Вектор скорости как производная радиус-вектора. Направление вектора скорости и траектория. Годограф вектора скорости. Ускорение. Ускорение при криволинейном движении. Центр кривизны и радиус кривизны траектории. Разложение ускорения на нормальную и тангенциальную составляющие. Координатная форма описания движения.

Число степеней свободы механической системы. Движение при наличии связей. Определение скорости и ускорения по заданной зависимости координат от времени. Определение координат по заданной зависимости скорости от времени. Одномерное криволинейное движение.

Механическое движение. Пространство и время

Механика изучает простейшую форму движения материи — *механическое движение*. Механическое движение состоит в изменении положения тела относительно других тел. Описание механического движения производится в определенной системе отсчета. *Системой отсчета* называют тело (или совокупность неподвижных друг относительно друга тел) вместе с приборами для измерения расстояний и промежутков времени. Тело, условно принимаемое за неподвижное, называют телом отсчета. С телом отсчета можно связать какую-либо систему координат. В физических задачах наиболее употребительны прямоугольные декартовы координаты, сферические и цилиндрические системы координат.

Для реализации системы отсчета прежде всего необходимо ввести по определению некоторые процедуры для измерения пространственных расстояний и промежутков времени. Измерение времени может быть основано на каком-либо естественном процессе. Долгое время в качестве такого периодического процесса выбиралось суточное вращение Земли, и за единицу времени — *секунду* — принималась определенная часть периода этого процесса (средних солнечных суток). Но в действительности суточное вращение Земли не вполне равномерно: в силу ряда геофизических процессов (перемещений больших масс) происходят случайные изменения момента инерции Земли и угловой скорости ее вращения вокруг оси.

Поэтому принятый в настоящее время эталон времени основывается на периоде колебаний, происходящих в атоме изотопа цезия-133. По определению единица времени *секунда* содержит 9 192 631 770 периодов этих колебаний. Атомы одного и того же изотопа тождественны, поэтому при указанном выборе эталона времени природа предоставляет в наше распоряжение практически неограниченное число совершенно идентичных «часов».

Постоянство скорости света в вакууме (возведенное в теории относительности в ранг одного из основных постулатов) позволяет измерение пространственных расстояний свести к измерению промежутков времени. Для установления основной единицы длины в настоящее время используется тот же самый эталон, что и для единицы времени: по определению *метр* — это длина пути, проходимого светом в вакууме за 1/299 792 458 секунды.

На основе практического опыта измерений расстояний и промежутков времени и изучения механического движения формируются представления о *физическом пространстве* и *физическом времени*. Эти понятия являются фундаментальными, т. е. их нельзя определить через какие-то более простые понятия. Используемые в физике системы отсчета можно рассматривать как некоторые практические реализации соотношений между событиями в пространстве и времени. Каждому событию, независимо от его физического содержания (короткая вспышка света, столкновение двух частиц, распад или рождение частицы и т.п.) можно сопоставить некоторую точку пространства-времени.

На опыте установлены следующие свойства времени и пространства: время одномерно и однородно, физическое пространство трехмерно, однородно и изотропно. *Однородность времени* проявляется в неизменности физических законов с течением времени: любой опыт, поставленный в одинаковых условиях в разное время, дает одинаковые результаты. С однородностью времени связано сохранение энергии. *Однородность* и *изотропность* пространства проявляются в независимости физических явлений в замкнутой (изолированной) физической системе от ее положения и ориентации как целого. С однородностью пространства связано сохранение импульса, с изотропностью пространства — сохранение момента импульса.

Как показывает опыт, для трехмерного физического пространства справедлива евклидова геометрия. Это значит, что аксиомам евклидовой геометрии удовлетворяют установленные на опыте свойства объектов физического пространства, которым сопоставляются соответствующие объекты евклидовой геометрии (например, световым лучам в вакууме сопоставляются прямые линии геометрии).

Используемые в классической механике представления о пространстве и времени сформировались на основе опыта наблюдений за сравнительно медленными движениями макроскопических тел. Согласно классическим представлениям, промежутки времени между событиями и пространственные расстояния между точками абсолютны, т. е. не зависят от системы отсчета. Теория относительности показала приближенный характер этих представлений. Постулируемое в теории относительности существование предельной скорости распространения взаимодействий несовместимо с классическими представлениями об абсолютном характере одновременности пространственно удаленных событий, абсолютном характере времени и пространственных расстояний. Это означает, что применимость классических представлений ограничена областью движений, происходящих со скоростями, малыми по сравнению со скоростью света. Подробнее об этом см. в комментариях к теме «Основы теории относительности».

Основные понятия кинематики материальной точки

Задача *кинематики* — математическое описание движения без выяснения его физических причин. Используемые в кинематике физические модели — материальная точка, твердое тело, сплошная среда.

Материальная точка — тело, размеры и форма которого несущественны в рассматриваемом движении. Применимость этой модели зависит не столько от размеров самого тела, сколько от условий его движения. В частности, при поступательном движении любое твердое тело можно считать материальной точкой.

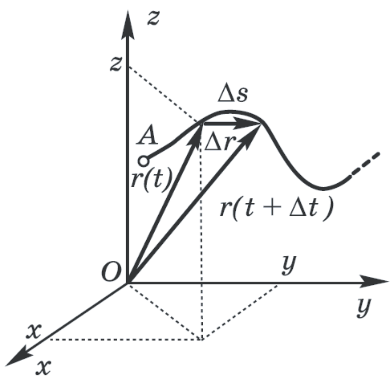

Рис. 1: Радиус-вектор $\vec{r}$, координаты x, y, z, траектория, перемещение $\Delta\vec{r}$, путь Δs.

Механическое движение *относительно* — одно и то же движение будет различным в разных системах отсчета. В выбранной системе отсчета пространственное положение материальной точки определяется ее *радиусом-вектором* $\vec{r}$, проведенным из начала системы координат. Задание радиуса-вектора $\vec{r}$ эквивалентно указанию трех чисел, например трех его *проекций* x, y, z на оси декартовой системы координат (рис. 1).

Число независимых координат, которое необходимо для задания положения механической системы в пространстве, называется *числом степеней свободы* системы. Материальная точка имеет три степени свободы.

При движении радиус-вектор и координаты изменяются с течением времени. Говорят, что задан *закон движения*, если указана определенная непрерывная векторная функция времени $\vec{r} = \vec{r}(t)$ или три эквивалентные ей скалярные функции — проекции радиуса-вектора на оси координат $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$.

Линия, описываемая движущейся материальной точкой в пространстве, называется *траекторией*. Движения разделяются на *прямолинейные* и *криволинейные* в зависимости от вида траектории. Представление траектории точки в виде некоторой непрерывной линии связано с абстракцией классической физики о возможности неограниченной детализации описания движения (подробнее об этой абстракции см. в комментарии к теме «Принципы классической механики»).

Перемещение точки за промежуток времени Δt — это по определению вектор $\Delta\vec{r}$, соединяющий положения точки в моменты t и $t + \Delta t$. Из рис. 1 видно, что $\vec{r}(t + \Delta t) = \vec{r}(t) + \Delta\vec{r}$.

Путь Δs, пройденный точкой за тот же промежуток времени Δt,— это длина соответствующего отрезка траектории. При прямолинейном движении в одном направлении $\Delta s = |\Delta\vec{r}|$, при криволинейном $\Delta s > |\Delta\vec{r}|$. Путь $s(t)$, пройденный точкой к моменту времени t,— это длина траектории от некоторого начального положения A, где точка находилась в момент времени $t = 0$ (см. рис. 1), до положения в момент t. Если точка меняла направление движения по той же траектории, то ее путь s — это полное пройденное вдоль траектории расстояние.

Средняя скорость определяется как вектор, равный отношению перемещения к промежутку времени, в течение которого совершено это перемещение: $\vec{v}_{\text{ср}} = \Delta\vec{r}/\Delta t$. Вектор средней скорости характеризует быстроту, с которой совершается перемещение за определенный промежуток времени Δt.

Для характеристики быстроты движения за конечный промежуток времени наряду с вектором средней скорости $\vec{v}_{\text{ср}}$ иногда вводят среднюю скорость прохождения пути v_s (или среднюю скорость движения по траектории) по следующему определению: $v_s = \Delta s/\Delta t$. При прямолинейном движении в одном направлении $|\vec{v}_{\text{ср}}| = v_s$, при криволинейном движении $|\vec{v}_{\text{ср}}| < v_s$, так как длина хорды меньше длины стягиваемой этой хордой дуги.

Скорость (мгновенная скорость) в момент времени t — предел, к которому стремится средняя скорость при $\Delta t \to 0$, т. е. производная от $\vec{r}(t)$ по t:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}. \qquad (1)$$

Мгновенная скорость характеризует быстроту движения точки в данный момент времени или в данной точке траектории. Возможность рассматривать мгновенную скорость материальной точки как производную радиуса-вектора по времени связана с абстракцией классической физики о возможности неограниченной детализации описания движения (подробнее см. в комментарии к теме «Принципы классической механики»). Скорость в каждой точке направлена по касательной к траектории, так как направление касательной — это предельное направление хорды при стремлении к нулю длины хорды. Проекции скорости на оси координат равны производным по времени от соответствующих координат:

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \qquad v_y = \frac{dy}{dt}, \qquad v_z = \frac{dz}{dt}. \qquad (2)$$

Ускорение в момент времени t определяется как производная от $\vec{v}(t)$ по t:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}, \qquad \text{или } a_x = \frac{dv_x}{dt}, \quad a_y = \frac{dv_y}{dt}, \quad a_z = \frac{dv_z}{dt}. \qquad (3)$$

Небольшой участок криволинейной траектории можно аппроксимировать дугой окружности. Чтобы найти положение центра этой окружности и ее радиус, можно построить перпендикуляр к касательной в данной точке траектории, затем еще один перпендикуляр к касательной в некоторой вспомогательной соседней точке траектории. Пересечение этих перпендикуляров приближенно дает положение центра кривизны траектории. Точное положение находится как предельное положение точки пересечения перпендикуляров при неограниченном приближении второй (вспомогательной) точки к данной точке траектории. Положение центра кривизны и радиус кривизны непрерывно изменяются при движении вдоль траектории (лишь в частном случае движения по окружности радиус кривизны и положение центра кривизны остаются неизменными).

Для каждой точки криволинейной траектории можно ввести *единичные векторы* $\vec{n}$ и $\vec{\tau}$, направленные соответственно по нормали к траектории (в сторону центра кривизны) и по касательной к траектории. Тогда вектор скорости $\vec{v}$ в данной точке можно представить в виде $\vec{v} = v_\tau \vec{\tau}$, где v_τ – проекция скорости на направление вектора $\vec{\tau}$. Эта проекция положительна при совпадении направления движения с направлением вектора $\vec{\tau}$, и отрицательна в противном случае. Проекция вектора скорости на направление нормали к траектории равна нулю.

Чтобы найти проекции вектора ускорения на направления касательной и нормали, нужно вычислить производную по времени от вектора скорости $\vec{v} = v_\tau \vec{\tau}$:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(v_\tau \vec{\tau})}{dt} = \frac{dv_\tau}{dt}\vec{\tau} + v_\tau \frac{d\vec{\tau}}{dt}. \tag{4}$$

Здесь первое слагаемое в правой части — вектор, направленный по касательной к траектории (*тангенциальное ускорение*), второе слагаемое — вектор, направленный по нормали к центру кривизны траектории (*нормальное ускорение*). Можно показать, что $v_\tau (d\vec{\tau}/dt) = (v_\tau^2/R)\vec{n}$, где R — радиус кривизны траектории в данной точке (рис. 2).

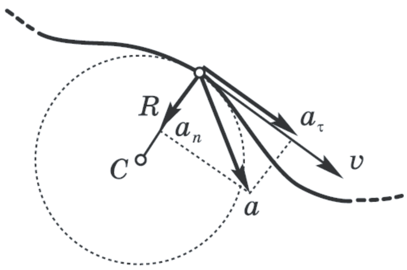

Рис. 2: Разложение ускорения при криволинейном движении на нормальную и тангенциальную составляющие.

Поэтому выражение (4) дает разложение вектора ускорения на две составляющие: тангенциальное ускорение $\vec{a}_\tau$, направленное по касательной к траектории, и нормальное ускорение $\vec{a}_n$, направленное по нормали к центру кривизны траектории (см. рис. 2):

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n = a_\tau \vec{\tau} + a_n \vec{n}, \qquad a_\tau = \frac{dv_\tau}{dt}, \qquad a_n = \frac{v_\tau^2}{R} = \frac{v^2}{R}. \tag{5}$$

Тангенциальное ускорение a_τ характеризует быстроту изменения величины скорости (точнее, быстроту изменения проекции скорости на направление касательной), нормальное ускорение a_n характеризует быстроту изменения направления вектора скорости.