Комментарии к лекциям по физике

Тема: Прецессия и нутация гироскопа

Содержание лекции

Гироскоп. Приближенная теория гироскопа. Волчок в поле тяжести. Вынужденная прецессия гироскопа (псевдорегулярная прецессия и нутация). Применения гироскопов. Прецессия земной оси.

Вынужденная прецессия волчка в поле тяжести

Гироскопом называют тело вращения (например, массивный диск), приведенное в быстрое вращение вокруг оси симметрии. Первое знакомство с гироскопом обычно происходит в раннем детстве при наблюдении за необычным поведением известной игрушки – детского волчка или юлы. Пока волчок быстро вращается, он может устойчиво стоять на остром конце своей оси, сохраняя вертикальное положение оси и не падая на горизонтальную плоскость, хотя центр тяжести волчка расположен выше точки опоры. Если же ось вращающегося волчка отклонена от вертикали, то под действием силы тяжести ось описывает в пространстве круговой конус с вертикальной осью, так что угол наклона оси остается неизменным. Такое движение волчка называют *вынужденной прецессией* (см. рис. 1).

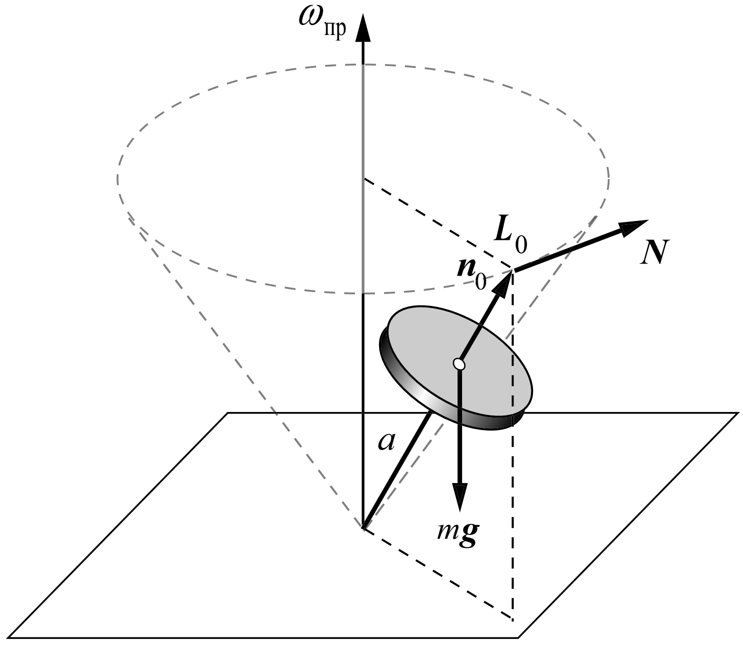

Рис. 1: Установившаяся (регулярная) прецессия гироскопа под действием силы тяжести.

В данной лекции приводится теоретическое объяснение вынужденной прецессии, на основе основного уравнения динамики твердого тела. Объяснение иллюстрируется небольшой моделирующей компьютерной программой(Java-апплетом) «Вынужденная прецессия гироскопа», которую можно найти в сети Интернет по адресу (`http://www.ifmo.ru/butikov/Applets/GyroscopeR.html`). Программа выполняется непосредственно в браузере и не требует предварительной установки на компьютер.

Необычное на первый взгляд поведение гироскопа объясняется законом изменения момента импульса под действием внешних сил. Согласно этому закону, скорость изменения момента импульса $\vec{L}$ (называемого иначе угловым моментом) любого тела относительно некоторой точки равна суммарному моменту $\vec{N}$ действующих на тело внешних сил:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{N}. \tag{1}$$

Когда волчок вращается вокруг собственной оси, вектор момента импульса $\vec{L}$ тоже направлен вдоль этой оси. Направление $\vec{L}$ связано с направлением вращения волчка правилом правого винта. Будем указывать направление оси волчка в пространстве (от точки опоры к центру масс) с помощью единичного вектора $\vec{n}_0$ (рис. 1). Пусть I_0 — момент инерции волчка относительно оси симметрии (например, для однородного диска или цилиндра $I_0 = \frac{1}{2}mR^2$, где m — масса, R — радиус), а ω_0 — угловая скорость вращения вокруг собственной оси (положительная при вращении против часовой стрелки). Тогда вектор момента импульса волчка можно представить в виде $\vec{L} = I_0\vec{n}_0$.

Наклоненный к вертикали волчок прецессирует, т.е. помимо вращения вокруг собственной оси поворачивается еще и вокруг вертикальной оси. При быстром собственном вращении эта прецессия (поворот вокруг вертикальной оси) происходит настолько медленно, что с хорошей точностью можно пренебречь той составляющей момента импульса, которая обусловлена прецессией вокруг вертикали. Иными словами, приближенно можно считать, что вектор полного момента импульса $\vec{L}$ и в этом случае направлен вдоль оси волчка: $\vec{L} \approx \vec{L}_0 = I_0\vec{n}_0$. Именно такой быстро вращающийся вокруг собственной оси волчок и называют гироскопом.

В приближенной теории гироскопа, основанной на законе изменения момента импульса (1), предполагается, что вектор $\vec{L}$ равен $\vec{L}_0$ и все время направлен вдоль собственной оси волчка. Поэтому описываемое уравнением (1) поведение вектора $\vec{L}$ говорит и о том, как ведет себя в пространстве ось гироскопа. В случае тела, имеющего неподвижную точку (у детского волчка это точка опоры о горизонтальную плоскость), уравнение (1) удобно применять именно к этой точке. Будем называть эту точку полюсом. При выборе полюса в точке опоры момент силы реакции, действующей на волчок как раз в этой точке, обращается в нуль. В правой части уравнения (1) остается только момент $\vec{N}$ силы тяжести $m\vec{g}$, который в каждый момент времени перпендикулярен вектору $\vec{L}$. Поэтому сила тяжести может изменить только направление $\vec{L}$, но не его длину, т.е. вызвать поворот вектора $\vec{L}$, а вместе с ним и поворот оси волчка вокруг вертикали, как это показано на рис. 1.

Пусть a — расстояние от точки опоры до центра тяжести. Тогда момент силы тяжести можно записать как векторное произведение вектора $\vec{n}_0$, проведенного из точки опоры вдоль оси волчка в центр тяжести, на силу $m\vec{g}$: $\vec{N} = \vec{n}_0 a \times m\vec{g}$. Вектор $\vec{N}$ лежит в горизонтальной плоскости и направлен перпендикулярно вектору $\vec{n}_0$, т.е. перпендикулярно оси волчка. Движение конца оси гироскопа происходит в направлении момента $\vec{N}$ силы тяжести, а не в направлении самой силы тяжести $m\vec{g}$. Этим и объясняется «необычное» поведение гироскопа. Согласно уравнению (1), за каждый малый промежуток времени dt вектор момента импульса $\vec{L}$ получает под действием силы тяжести приращение $d\vec{L} = \vec{N}dt$, направленное вдоль $\vec{N}$, т.е. лежащее в горизонтальной плоскости перпендикулярно оси волчка. Отсюда следует, что вектор $\vec{L}$ и вместе с ним ось волчка равномерно поворачиваются (совершают прецессию) вокруг вертикали, проходящей через точку опоры. Угловую скорость $\omega_{\text{пр}}$ этой прецессии можно найти, подставив $\vec{L}_0 = I_0\vec{n}_0$ в левую часть уравнения (1) и $\vec{N} = \vec{n}_0 a \times m\vec{g}$ – в правую часть. Пренебрегая трением, угловую скорость собственного вращения будем считать постоянной и вынесем за знак производной. В результате уравнение (1) принимает вид:

$$I_0\omega_0\frac{d\vec{n}_0}{dt} = \vec{n}_0 a \times m\vec{g}, \tag{2}$$

или

$$I_0\omega_0\frac{d\vec{n}_0}{dt} = \vec{\omega}_{\text{пр}} \times \vec{n}_0, \quad \text{где} \quad \vec{\omega}_{\text{пр}} = -\frac{am}{I_0\omega_0}\vec{g}. \tag{3}$$

Вектор угловой скорости прецессии $\vec{\omega}_{\text{пр}}$ при $\omega_0 > 0$ (т.е. при вращении гироскопа против часовой стрелки) направлен противоположно вектору $\vec{g}$, т.е. прецессия происходит тоже против часовой стрелки. Как следует из уравнения (3), величина угловой скорости прецессии обратно пропорциональна угловой скорости собственного вращения и прямо пропорциональна расстоянию a от точки опоры до центра тяжести. Она не зависит от угла наклона оси волчка к вертикали.

Описываемое уравнением (3) поведение оси гироскопа называют *регулярной прецессией*. Это вынужденная прецессия, так как она происходит под действием момента силы тяжести. Все точки волчка, лежащие на его оси, равномерно движутся по круговым траекториям, центры которых лежат на вертикали, проходящей через точку опоры волчка.

На рис. 2 приведена иллюстрация регулярной прецессии гироскопа с помощью компьютерной программы «Вынужденная прецессия гироскопа». Программа строит траекторию, которую прочерчивает конец оси (красная окружность), а также петлеобразную траекторию некоторой точки волчка, не лежащей на оси. Для наглядности строится траектория точки, находящейся на конце тонкой стрелки, выходящей из центра масс за пределы диска волчка. Можно представлять себе эту стрелку как жестко связанную с телом волчка («воткнутую» в него). Траектория конца стрелки крупнее всех остальных, что позволяет наблюдать характерные особенности траекторий точек волчка в увеличенном масштабе. В программе расстояние от точки опоры волчка до конца стрелки выбрано равным длине оси волчка. Поэтому траектория выбранной точки и траектория конца оси лежат на поверхности одной и той же сферы с центром в точке опоры.

Замечательно, что регулярная прецессия, угловая скорость которой рассчитана выше на основе приближенной теории гироскопа, в действительности является одним из возможных *точных* решений динамического уравнения (1). Покажем это. В точной теории гироскопа необходимо принимать во внимание, помимо собственного момента импульса $\vec{L}_0$, дополнительный вклад в полный момент импульса $\vec{L}$, обусловленный участием гироскопа во вращениях вокруг других осей. В случае регулярной прецессии такой вклад создается дополнительным вращением волчка

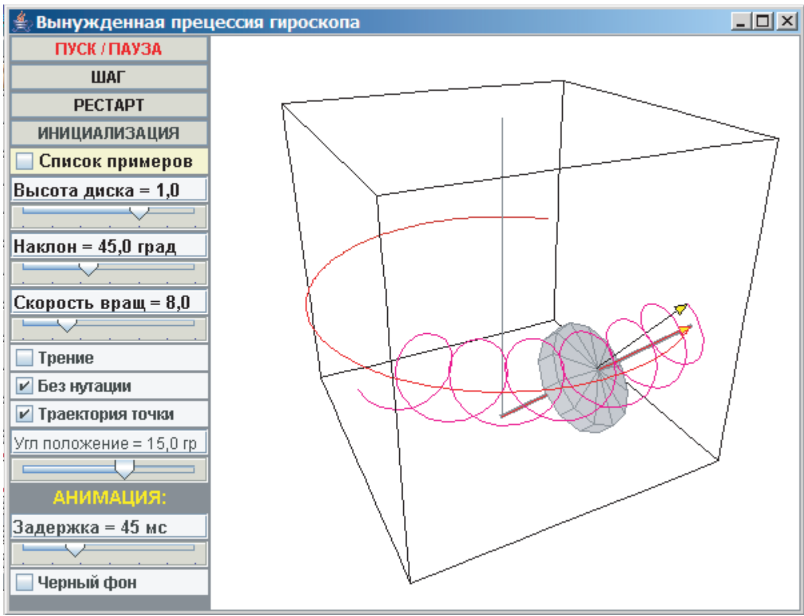

Рис. 2: Моделирование регулярной прецессии гироскопа. Показаны круговая траектория конца оси и петлеобразная траектория точки волчка, не лежащей на оси.

вокруг вертикали. Обозначим через $\vec{L}_{\text{пр}}$ соответствующий вектор, пропорциональный угловой скорости прецессии $\vec{\omega}_{\text{пр}}$ и совпадающий с ней по направлению, как показано на рис. 3.

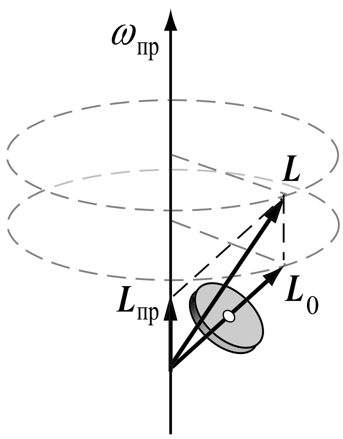

Рис. 3: Вектор $\vec{L}$ момента импульса волчка при регулярной прецессии.

При учете $\vec{L}_{\text{пр}}$ вектор полного момента импульса $\vec{L}$ уже не направлен точно по оси волчка (см. рис. 3). Но легко понять, что при регулярной прецессии волчка горизонтальные составляющие векторов $\vec{L}$ и $\vec{L}_0$ равны. Концы векторов $\vec{L}$ и $\vec{L}_0$ синхронно описывают одинаковые окружности, показанные на рис. 3 штриховыми линиями. Это означает, что скорости изменения этих векторов равны. Иначе говоря, равны производные $\vec{L}$ и $\vec{L}_0$ по времени: $d\vec{L}/dt = d\vec{L}_0/dt$. Оба вектора совершают прецессию вокруг вертикали с одной и той же угловой скоростью $\vec{\omega}_{\text{пр}}$, т.е.

их изменение с течением времени описывается одинаковыми уравнениями:

$$\frac{d\vec{L}_0}{dt} = \vec{\omega}_{\text{пр}} \times \vec{L}_0, \quad \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\omega}_{\text{пр}} \times \vec{L}. \tag{4}$$

Однако вынужденная регулярная прецессия волчка — это не единственно возможное точное решение уравнения (1), когда в правой его части стоит момент силы тяжести. Регулярная прецессия будет происходить только при строго определенных начальных условиях: чтобы получить такое движение, нужно не только раскрутить волчок вокруг собственной оси, но и сообщить этой оси вращение вокруг вертикали с нужной угловой скоростью, а именно, угловой скоростью $\vec{\omega}_{\text{пр}}$, с которой должна происходить дальнейшая прецессия волчка.

В определенном смысле можно сказать, что сила тяжести, стремящаяся опрокинуть волчок, фактически не вызывает, а лишь поддерживает регулярную прецессию. Роль силы тяжести при регулярной прецессии гироскопа можно сравнить с ролью силы натяжения нити при равномерном движении по окружности привязанного к ней шарика. Сила натяжения тянет шарик к центру окружности, но шарик при этом все время движется перпендикулярно к силе. Сила натяжения нити не создает, а лишь поддерживает равномерное движение шарика по окружности. Чтобы получить такое движение, шарику необходимо сообщить начальную скорость в поперечном направлении. Если иметь в виду эту аналогию, то поведение оси гироскопа при регулярной прецессии представится, возможно, не таким уж странным, каким оно кажется на первый взгляд.

Нутация оси гироскопа

Чтобы понять, каким будет движение оси гироскопа при произвольных начальных условиях, в общем случае не обеспечивающих возникновения регулярной прецессии, рассмотрим сначала следующую вспомогательную задачу. Представим себе, как будет двигаться волчок, совершающий регулярную прецессию под действием силы тяжести, если в некоторый момент времени сила тяжести внезапно исчезнет. Практически такую ситуацию можно получить, если, начиная с некоторого момента, дать возможность всей установке (волчку вместе с подставкой) свободно падать, так что волчок, совершавший до этого момента регулярную прецессию, внезапно окажется в состоянии невесомости. Очевидно, что для ответа на этот вопрос нужно обратиться к задаче о симметричном волчке, вращающемся «по инерции», т.е. в отсутствие внешних сил. Такая задача рассматривается в предыдущей лекции и иллюстрируется программой «Свободная прецессия симметричного волчка» (`http://www.ifmo.ru/butikov/Applets/PrecessionR.html`).

При несовпадении направления момента импульса с осью волчка движение волчка можно представить как результат сложения двух вращений: вращения вокруг собственной оси (сохраняющей неизменное направление в теле волчка) с угловой скоростью $\vec{\omega}_0$ и одновременного вращения этой оси вокруг неизменного в пространстве направления вектора момента импульса $\vec{L}$. Ось волчка при этом описывает круговой конус вокруг направления вектора $\vec{L}$. Такое равномерное движение оси волчка по конусу в отсутствие внешних сил представляет собой свободную прецессию. Применительно к гироскопу ее принято называть нутацией.

Итак, вектор полного момента импульса $\vec{L}$ нашего волчка, совершающего регулярную прецессию, не совпадает по направлению с осью волчка, как это можно видеть на рис. 3). В момент «выключения» силы тяжести вектор $\vec{L}$ мгновенно останавливается, но ось волчка продолжает движение. Скорость оси в этот момент нужно рассматривать как начальную скорость для дальнейшего движения волчка в отсутствие силы тяжести. Картина этого движения показана на рис. 4). Это нутация, в процессе которой ось волчка (вектор $\vec{n}_0$) описывает круговой конус с вершиной в точке опоры вокруг вектора $\vec{L}$ полного момента импульса.

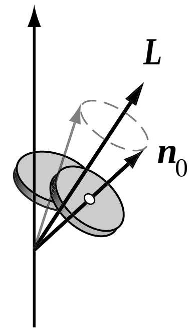

Рис. 4: Свободная прецессия (нутация) волчка вокруг направления полного момента импульса $\vec{L}$ в отсутствие силы тяжести.

Существованием нутаций объясняется еще одна особенность поведения гироскопа, которая может показаться парадоксальной. Согласно уравнению (1) момент импульса гироскопа $\vec{L}$ изменяется только тогда, когда на гироскоп действуют внешние силы и их момент $\vec{N}$ отличен от нуля. Если действие внешних сил прекращается, как в рассматриваемом нами примере, то в тот же момент времени прекращается изменение вектора $\vec{L}$ и, следовательно, прекращается прецессия гироскопа. Казалось бы, ось гироскопа с этого момента должна стать сразу неподвижной. Вместе с осью и центр масс волчка, во время прецессии двигавшийся по окружности, также должен мгновенно остановиться. Не противоречит ли такая безынерционность поведения волчка закону инерции?

Это противоречие действительно существовало бы, если отмеченная безынерционность относилась бы к движению оси гироскопа, а не вектора $\vec{L}$. Вектор $\vec{L}$ и в самом деле ведет себя безынерционно, прекращая изменяться сразу в тот момент времени, когда прекращается действие внешних сил, как это следует из основного уравнения (1). К ложному заключению о безынерционности оси волчка приводит приближенная теория гироскопа, в которой предполагается, что вектор $\vec{L}$ всегда направлен вдоль оси гироскопа. В действительности у прецессирующего волчка вектор $\vec{L}$ отклонен от оси на некоторый угол, и при прекращении действия силы сразу возникает нутация вокруг неизменного в пространстве направления $\vec{L}$. Скорость центра масс в момент возникновения нутации как раз равна той скорости, с которой он двигался до этого момента, т.е. пока происходила прецессия. Таким образом, учет нутации устраняет противоречие с законом инерции.

Прецессия вместе с нутацией

Перейдем к исследованию вопроса о том, как будет вести себя вращающийся волчок под действием силы тяжести при начальных условиях, не обеспечивающих немедленного возникновения регулярной прецессии. Из разобранного выше примера можно заключить, что в общем случае движение волчка должно представлять собой суперпозицию вынужденной регулярной прецессии и нутации.

Рассмотрим для определенности наиболее характерную ситуацию, когда мы сначала, во время раскручивания волчка, удерживаем его от падения за верхний конец наклоненной оси. Для этого мы должны к верхнему концу оси приложить силу, направленную вертикально вверх. Момент этой силы относительно точки опоры компенсирует момент силы тяжести. Если бы мы отпустили верхний конец оси до того, как привели волчок во вращение, ось стала бы просто падать вниз, ускоренно поворачиваясь вокруг точки опоры в вертикальной плоскости. Но как будет вести себя волчок, если мы отпускаем ось после того, как раскрутили его?

Очевидно, что в этом случае в начальный момент вектор момента импульса $\vec{L}$ направлен вдоль оси волчка. Как только мы отпускаем ось, появляется момент силы тяжести, и под действием этого момента вектор $\vec{L}$, в соответствии с основным уравнением (1), начинает изменяться, стремясь двигаться по конусу так, как это происходит при регулярной прецессии. Но если прецессия вектора $\vec{L}$ вокруг вертикали с угловой скоростью $\vec{\omega}_{\text{пр}}$ начинается сразу, безынерционно, то ось волчка, как и находящийся на ней центр масс, в начальный момент еще неподвижны, т.е. их начальная скорость равна нулю. Исходя из таких начальных условий, попробуем представить себе дальнейшее движение волчка как суперпозицию вынужденной прецессии и нутации.

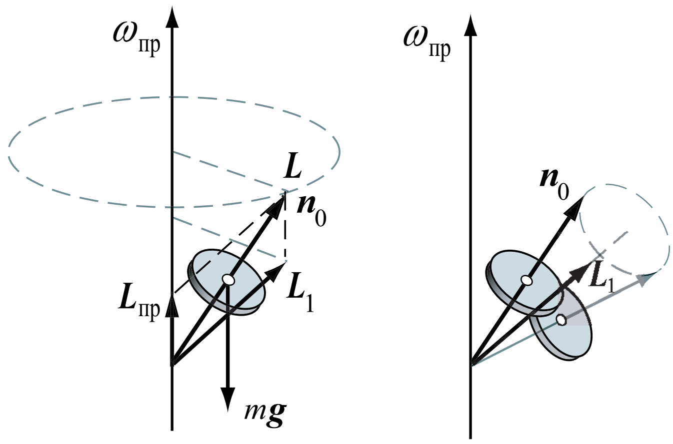

Рис. 5: Наложение нутации оси волчка вокруг направления вектора $\vec{L}_1$ на вынужденную прецессию.

Участие волчка в вынужденной прецессии означает, что у вектора полного момента импульса $\vec{L}$ должна быть вертикальная составляющая $\vec{L}_{\text{пр}}$, обусловленная вращением волчка вокруг вертикали с угловой скоростью $\vec{\omega}_{\text{пр}}$. Выделим $\vec{L}_{\text{пр}}$ из полного момента импульса, т.е. представим $\vec{L}$ в виде суммы $\vec{L}_{\text{пр}} + \vec{L}_1$, и будем рассматривать оставшуюся часть $\vec{L}_1$ как вклад собственного вращения волчка в полный момент импульса (см. рис. 5).

Легко понять, что, если отвлечься от вынужденной прецессии волчка и сосредоточиться на его собственном вращении, то связанный с этим вращением момент импульса $\vec{L}_1$ уже не направлен точно вдоль оси волчка: вектор $\vec{L}_1$ отклонен от вертикали сильнее, чем ось волчка. Отклонение $\vec{L}_1$ от оси волчка означает, что одновременно с медленной вынужденной прецессией будет происходить быстрая нутация волчка, т.е. ось волчка будет описывать конус (с малым углом раствора) вокруг направления прецессирующего вектора $\vec{L}_1$. Сложение этих двух движений дает для начального момента времени требуемую начальными условиями нулевую скорость оси волчка (и центра масс).

Чтобы начальная скорость оси действительно получилась равной нулю при сложении двух движений, вектор $\vec{L}_1$ должен быть отклонен от оси волчка (от вектора $\vec{n}_0$) на вполне определенный угол, зависящий от угла наклона оси волчка и отношения угловых скоростей нутации и прецессии. Именно этим углом между $\vec{L}_1$ и $\vec{n}_0$ определяется раствор конуса нутации. В моделирующей программе «Вынужденная прецессия гироскопа» конус нутации выбирается таким, чтобы в момент освобождения оси волчка скорость оси была равна нулю.

Итак, отпущенная ось волчка (вектор $\vec{n}_0$ на рис. 5) одновременно совершает два сравнительно простых движения: по вертикальному конусу, соответствующему установившейся вынужденной прецессии (рис. 5, слева) и по малому конусу нутации вокруг вектора момента импульса $\vec{L}_1$ собственного вращения (рис. 5, справа) с угловой скоростью $\Omega = \vec{L}_1/I_\perp$. Первому из этих движений соответствует траектория верхнего конца оси в виде горизонтальной окружности, которая показана штриховой линией на рис. 5 слева; второму — малая окружность, перпендикулярная вектору $\vec{L}_1$ и показанная на рис. 5 справа. Оба движения начинаются в момент отпускания оси — до того волчок просто вращался вокруг неподвижной оси. Сложение этих движений дает для верхнего конца оси траекторию, напоминающую циклоиду, т.е. кривую, которую рисует точка на ободе колеса, катящегося без проскальзывания. Моделирующая программа строит траекторию конца оси волчка (синяя линия на рис. 6) именно для таких начальных условий. Красная окружность показывает траекторию конца вектора $\vec{L}_1$.

Обратите внимание, что в первый момент, как только мы отпускаем ось волчка, под действием силы тяжести она действительно начинает падать вниз, что вполне согласуется с нашими интуитивными представлениями. Но по мере того, как ось набирает скорость, траектория ее верхнего конца все сильнее отклоняется от вертикали. Вскоре движение оси становится горизонтальным, как и при регулярной прецессии, но скорость этого движения больше той, что нужна для регулярной прецессии. Траектория конца оси начинает отклоняться вверх. Поднявшись до исходной высоты, ось «замирает» — ее скорость обращается в нуль. Затем все повторяется сначала. Но теперь мы понимаем, что такое своеобразное поведение, когда конец оси движется по циклоидальной траектории, объясняется сложением двух движений — нутации волчка вокруг вектора момента импульса $\vec{L}_1$ с одновременной вынужденной прецессией этого вектора вокруг вертикали.

Для быстро вращающегося гироскопа $L_1 \approx I_0\omega_0$, откуда для угловой скорости нутации следует выражение $\Omega = L_1/I_\perp \approx (I_0/I_\perp)\omega_0$. Таким образом, угловая скорость нутации Ω имеет тот же порядок величины, что и угловая скорость собственного вращения гироскопа, если только его продольный и поперечный мо-

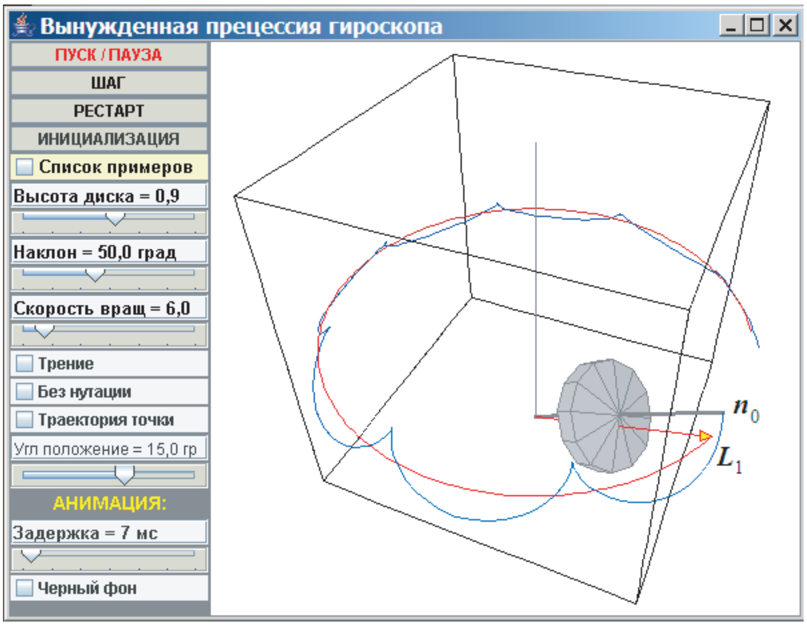

Рис. 6: Демонстрация вынужденной прецессии под действием силы тяжести вместе с нутацией, сопровождающей прецессию при освобождении оси раскрученного гироскопа.

менты инерции не различаются слишком сильно. При других начальных условиях сложение прецессии и нутации может порождать траектории верхнего конца оси волчка петлеобразного и волнообразного (синусообразного) вида. И только тогда, когда начальная скорость как раз равна скорости оси при регулярной прецессии, волнообразная траектория полностью разглаживается, превращаясь в окружность, описываемую концом оси при регулярной прецессии (см. рис. 2)).

Когда нутации малы, вынужденную прецессию гироскопа называют *псевдорегулярной*. Для быстро вращающихся гироскопов, применяемых в технике, псевдорегулярная прецессия практически не отличается от регулярной. В таких случаях нутация проявляет себя как едва заметное мелкое и частое дрожание оси гироскопа. Кроме того, мелкомасштабные нутации быстро затухают под действием сил трения, и псевдорегулярная прецессия переходит в регулярную. Когда нутации полностью затухнут и установится регулярная вынужденная прецессия, вектор $\vec{L}_1$ момента импульса, связанного с собственным вращением волчка, будет направлен вдоль оси волчка. Представление о том, по каким траекториям движутся точки волчка, не лежащие на оси симметрии, дает рис. 7.

Жестко связанная с волчком стрелка («воткнутая» в тело волчка) образует небольшой угол (15 градусов) с его осью. Траектория острия этой стрелки лежит на сферической поверхности с центром в неподвижной точке опоры волчка. При регулярной прецессии (см. рис. 2)) петлеобразная траектория стрелки получается как результат сложения вращения волчка вокруг собственной оси и равномерного движения этой оси по конусу прецессии. Все петли такой траектории одинаковы. При добавлении нутаций ось волчка совершает колебания около среднего положения, соответствующего конусу установившейся прецессии. Из-за таких колебаний оси волчка траектория конца стрелки заметно усложняется.

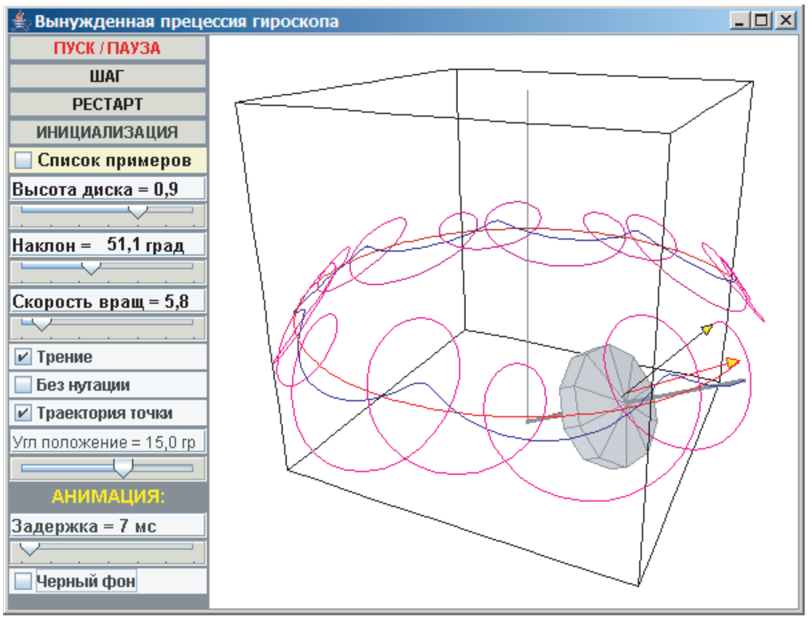

Рис. 7: Траектории оси волчка и точки, не лежащей на оси, при переходе псевдорегулярной прецессии в установившуюся регулярную прецессию.

Прецессия земной оси

Если бы Земля была идеальным шаром, направление оси суточного вращения Земли в пространстве оставалось бы неизменным. Однако это направление сохраняется лишь приближенно. Постепенное изменение направления земной оси происходит с периодом почти в 26 000 лет, на протяжении которых ось описывает в пространстве круговой конус. Эта прецессия земной оси исторически была третьим из открытых движений Земли — после значительно более очевидных суточного вращения вокруг оси и годичного орбитального обращения вокруг Солнца.

Из астрономических наблюдений известно, что небесный экватор наклонен по отношению к эклиптике на угол 23,5°. Это значит, что на такой угол ось вращения Земли отклонена от перпендикуляра к плоскости земной орбиты. Нашу планету можно считать сферически симметричной лишь в первом приближении. Основное отклонение вызвано «сплюснутостью» земного шара, у которого полярный радиус на 21 км короче экваториального. В небесной механике Землю иногда представляют в виде шара с надетым на него по экватору массивным обручем, т.е. вместо полярного сжатия используют эквивалентное представление об экваториальном «вздутии» Земли. Гравитационные воздействия Солнца и Луны на экваториальное «вздутие» Земли создают момент сил, стремящийся повернуть ось Земли в сторону перпендикуляра к плоскости орбиты. Но под действием этого момента Земля ведет себя подобно гигантскому волчку: земная ось совершает медленную прецессию в пространстве, в процессе которой наклон оси к эклиптике не изменяется.

Из-за прецессии земной оси небесные полюса прочерчивают круги на небесной сфере. В современную эпоху Северный небесный полюс отклоняется менее чем на 1° дуги от Полярной звезды. Ближе всего к Полярной звезде полюс подойдет в 2017 году. Через 12 000 лет Северный небесный полюс будет находиться в 5° от

Веги. В современную эпоху поблизости к Южному небесному полюсу нет ни одной сколько-нибудь яркой звезды.

Небесный экватор и эклиптика пересекаются в двух точках, называемых точками весеннего и осеннего равноденствий. Из-за движения Земли по орбите Солнце в своем видимом движении пересекает небесный экватор дважды на протяжении года: в марте при движении из южного полушария в северное и в сентябре — в обратном направлении. Точки равноденствий постепенно смещаются вдоль эклиптики в западном направлении со скоростью 50.2 угловых секунды в год по мере того как небесный экватор меняет свою ориентацию из-за прецессии земной оси.

Рекомендуемая литература:
[1], стр. 279–281.
[2], стр. 269–277.
[3], стр. 239–247.
[4], стр. 11–21.

Список литературы

[1] Киттель Ч., Найт У., Рудерман М. Механика (берклиевский курс физики, т. 1). М., «Наука», 1971.

[2] Общий курс физики, т. 1 Механика. М., «Наука», 1974.

[3] Стрелков С.П. Механика. М., «Наука», 1975.

[4] Бутиков Е.И. Динамика вращения твердого тела. Спб, 2007.